AL KUT JOURNAL OF ECONOMIC AND ADMINISTRATIVE SCIENCES
Publisher: College of Economics and Management - Wasit University

مقارنة بعض مقدرات الحرف لنموذج انحدار كاما باستعمال المحاكاة

ملاذ هاشم تركي[1] **علي حميد يوسف[2]**

كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة واسط

المستخلص

تضمن هذا البحث دراسة أحدى النماذج الخطية المعممة عندما لا يتبع المتغير المعتمد التوزيع الطبيعي ومن هذه النماذج هو انموذج انحدار كاما (Gamma Regression Model)، إذ تم التركيز على هذا النموذج عند وجود علاقة ارتباط قوية بين المتغيرات التوضيحية والتي بدورها تؤدي الى ظهور مشكلة التعدد الخطي (Multicollinearity). وتمت دراسة انموذج انحدار كاما (Gamma Regression Model) تحت فرضية ان المتغير المعتمد يتبع توزيع كاما. عند تحليل الخصائص الرياضية لتوزيع كاما، يمكن اعتماد دالة الربط لاشتقاق العديد من الخصائص المهمة، مثل التباين والمتوسط. تم تقدير معلمات انحدار كاما باستعمال طريقة انحدار الحرف (Ridge Regression) لبيان مدى كفاءة طريقة التقدير. تم اجراء دراسة محاكاة إذ تم اخذ (4) احجام من العينات و(3) مجاميع من القيم الافتراضية وقيم مختلفة لمعلمات الارتباط، بالإضافة الى عدة قيم من معلمة التشتت لمعالم النموذج، لمعرفة كفاءة طريقة انحدار الحرف. من اهم الاستنتاجات أظهرت تفوق طريقة انحدار في تقدير معلمات انموذج انحدار كاما.

الكلمات المفتاحية: (انموذج انحدار كاما، مشكلة التعدد الخطي، مقدرات الإمكان الأعظم، مقدرات انحدار الحرف)

Abstract

This research included studying one of the generalized linear models when the dependent variable does not follow the normal distribution. One of these models is the gamma regression model. This model was focused on when there is a strong correlation between the explanatory variables, which in turn leads to the emergence of the problem of multicollinearity. The gamma regression model was studied under the assumption that the dependent variable follows the gamma distribution. In the generalized regression model using the gamma distribution. When analyzing the mathematical properties of the gamma distribution, the derivative link function

can be adopted. Many important properties, such as variance and mean, were estimated using the ridge regression method to demonstrate the efficiency of the estimation method. A simulation study was conducted, where (4) sample sizes and (3) sets of default values and different values of the correlation parameters were taken, in addition to several values of the dispersion parameter of the model features. To determine the efficiency of the ridge regression method. One of the most important conclusions showed the superiority of the ridge regression method in estimating the parameters of the gamma regression model.

Keywords: (Gamma regression model, multicollinearity problem, maximum likelihood estimators, ridge regression estimators)

1- المقدمة

يعد انموذج انحدار كاما (GRE) هو أحد النماذج الاحصائية المناسبة للتعامل مع المتغيرات المعتمدة التي تأخذ قيماً موجبة ولا تتبع التوزيع الطبيعي. تمت دراسة هذا النموذج عند وجود ارتباط وثيق بين المتغيرات التوضيحية، مما يؤدي الى ظهور مشكلة التعدد الخطي. تم التعرف على هذه المشكلة لأول مرة من لدن (Frish) عام 1934. وتعد هذه المشكلة شائعة في التطبيقات العملية ولها تأثير سلبي على كفاءة تقدير معلمات الانحدار، مما يؤدي الى زيادة الأخطاء المعيارية لتلك التقديرات. ولحل هذه المشكلة، تم اعتماد طريقة انحدار الحرف (RR)، وتعد من طرائق التقدير الأكثر شيوعا لتقدير معلمات الانحدار. إذ تعطي الحد الأدنى من متوسط مربعات الخطأ (MSE). وقد استعمل عدد من مقدرات انحدار الحرف للحصول على أفضل مقدر. يستعمل نموذج انحدار كاما في العلوم الطبية والتأمين الاقتصادي والرعاية الصحية وغيرها.

في عام (2018) قام الباحث (Algamal)[1] بتوضيح ان تقدير معلمات انموذج انحدار الحرف لتوزيع كاما يعتمد على معلمة التقليص، والتي تستعمل لمعالجة مشكلة التعدد الخطي. وقام الباحث بدراسة هذا النموذج باستعمال طريقة الإمكان الأعظم، ثم اجرى محاكاة لتقييم الأداء معتمد على معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE). واظهرت النتائج ان طريقة انحدار الحرف تتفوق في تقدير معلمات النموذج في حالة وجود مشكلة تعدد خطي.

في عام (2020) أوضح الباحثون (Amin et al)[2] في هذه الدراسة مقدرات انحدار متحيزة لتقدير معلمات انموذج انحدار كاما والذي يعد حالة خاصة من النماذج الخطية المعممة (GLM). وتم هنا استعمال طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمات هذا النموذج لكنها تصبح غير فعالة عند وجود ارتباط بين المتغيرات التوضيحية. في هذه الحالة تم اقتراح مقدرات انحدار متحيزة. وتمت المقارنة بناءاً على متوسط مربعات الخطأ (MSE)، وتم تطبيق النموذج باستعمال المحاكاة بطريقة (Monte Carlo)، وكانت النتائج ان اعتماد طريقة انحدار الحرف أفضل في تقدير معالم النموذج.

في عام (2022) قدم الباحثون (Amin et al)[3] مقدر انحدار الحرف غير متحيز (AUGRRE) في انموذج انحدار كاما. بهدف تحسين دقة التقدير في حالة وجود مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات لتوضيحية. وتم اجراء محاكاة وكذلك بيانات

حقيقية لمقارنة أداء المقدر الجديد مع مقدر (GRRE) ومقدر الإمكان الأعظم. واظهرت النتائج ان المقدر (AUGRRE) لديه الأفضل إذ يعطى اقل تحيز مقارنة بالمقدرات الأخرى.

2-مشكلة البحث

عند التعامل مع متغير معتمد يتبع توزيع كاما، فإن استعمال انموذج الانحدار الخطي التقليدي قد لا يكون ملائماً، مما يؤدي الى نتائج غير دقيقة. كما أن وجود ارتباط بين المتغيرات التوضيحية عند اعتماد طريقة الامكان الأعظم (ML)، في التقدير يؤثر سلباً على دقة تقدير معلمات النموذج، مما يزيد من احتمالية حدوث أخطاء في الاستنتاجات. لذلك، يعد انموذج انحدار كاما أحد النماذج الخطية المعممة (GLM)، خياراً أكثر دقة وملائمة إذ يتناسب مع توزيع كاما. فضلاً عن تطبيق طريقة انحدار الحرف (RR) للتغلب على مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التوضيحية، مما يساعد على دقة التقديرات وتقليل الاخطاء.

3-هدف البحث

يهدف البحث الى ايجاد مقدر مناسب للبيانات التي تعاني من مشكلة التعدد الخطي باعتماد طريقة انحدار الحرف (RR) ومقارنته بطرائق أخرى لضبط معلمات التقدير عن طريق تقدير متوسط مربعات الخطأ (MSE)، باعتماد أسلوب المحاكاة.

4- انموذج انحدار كاما

يعتمد انموذج انحدار كاما بشكل عام على المتغير المعتمد الذي يتبع توزيعاً طبيعياً مستمراً مع وجود متغير توضيحي واحد او أكثر. يتم استعمال هذا النموذج بشكل خاص في تحليل مشكلات الحياة الواقعية التي تكون فيها قيم المتغير المعتمد إيجابية، مثل مجالات الصحة، والتأمين لاقتصادي، والعلوم الطبية ومجالات أخرى[8]]. ويعد انموذج انحدار كاما مفيداً عندما يكون المتغير المعتمد منحرفاً بشكل إيجابي ويتبع توزيع كاما، وتكون ضمن الفترة $[0,\infty)$. وتكون دالة كثافة الاحتمال لتوزيع كاما بالشكل الاتي[7] .

$$(f(y,\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}} y^{\alpha-1} e^{-\frac{y}{\beta}} \qquad (1)$$

إذ ان:

α تمثل معلمة الشكل.

β: تمثل معلمة القياس.

وضح الباحثان (Hardin & Hilbe) عام 2012 ، والباحث (Amin) عام 2016 كيفية تصميم الانحدار لمتغير المعتمد الذي يتبع توزيع كاما. بناءً على ذلك، إذا كان $\alpha = \emptyset^{-1}$ و $\beta = \mu\emptyset$ فإن المعادلة (1) تصبح كالتالي.

$$f(y,\mu,\phi) = \frac{1}{\Gamma(\phi^{-1})}(1/\mu\phi)^{\phi^{-1}}\, y^{\phi^{-1}-1} \quad e^{\frac{y}{\mu\phi}} \qquad y \in (0,\infty) \qquad (2)$$

إذ ان :-

ø: تمثل معلمة التشتت

وتمثل α معلمة الشكل ثابتة، إذ يمكننا تحديد العلاقة الإحصائية بين المتغيرات بناءً على معادلة الانحدار[2].

$$g(\mu_i) = \frac{1}{\mu_i} = x'_i\beta, \qquad (3)$$

اذ ان g(.) هي دالة الارتباط.

η_i هو متنبئ خطي ويعرف كالتالي. $\eta_i = g(\mu_i)$

$\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$ متجة معلمات الانحدار

$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ المتغيرات التوضيحية

يعد انحدار كاما حالة خاصة من النماذج الخطية المعممة (GLM). إذ تختلف النماذج الخطية المعممة عن الانحدار الخطي القياسي في انها تعتمد على دالة ربط لاستبدال القيم المتوقعة μ_i للمتغير العشوائي المعتمد y [10].

في هذا النموذج، تعتمد دالة الربط المستخدمة للوسيط على الدالة العكسية، وتكون معلمات الشكل فيه متغيرة عبر المشاهدات. يتم تمثيل هذه المعلمات من خلال هيكلية الانحدار، ويمكن وصفها باعتماد معادلتين منفصلتين.

$$g(\mu_i) = \eta_{1i} = x'_i\beta \qquad (4)$$

$$h(\phi_i) = \eta_{2i} = z'_i\gamma, \qquad (5)$$

إذ ان:

η_{2i} & η_{1i} يمثلان متنبئات خطية.

h & g يمثلان دالة ارتباط حقيقية قابلة للاشتقاق تستعمل لربط المتغير التابع بالمتغيرات التوضيحية والهدف الاساسي من دالة الربط هو جعل تباين الخطأ اكثر استقرارً x_i هو صف (i) من المصفوفة X وهي مصفوفة البيانات من الدرجة (n×p) [13].

$B = (B_1, B_2 \dots B_P)$ و $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$ يمثلان المتوسط ومتجه معلمات الانحدار الشكلي.

X_i and Z_i يمثلان المتوسط والمتغيرات التفسيرية للشكل[6].

$$f(y;\theta,\phi) = \exp\left[\frac{\frac{y}{\mu}-(-ln(\theta))}{-\phi} + \frac{1-\phi}{\phi}ln(y) - \frac{ln(\phi)}{\phi} - ln\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right] \qquad (6)$$

يتم تمثيل العلاقة الرياضية بين المتغير المعتمد والمتغيرات التوضيحية باعتماد الدالة اللوغاريتمية لقيم المتوسط μ_i كما هو موضح في المعادلتين التالية[12].

$$g(\mu_i) = ln(\mu_i) = x'_i\beta, \qquad (7)$$

$$\eta_i = \ln(\mu_i) = x'_i\beta, \qquad (8)$$

ان اللوغاريتم للمعادلة (6) تعطي بالشكل الاتي:

$$L(B,\phi)=\sum_{i=1}^{n} f(\mu_{i,}\phi) \qquad (9)$$

$$(\mu_i,\phi) = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\frac{y}{\mu}-(-\ln(\mu)}{-\phi} + \frac{1-\phi}{\phi}\ln(y) - \frac{\ln(\phi)}{\phi} - \ln\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right\}. \qquad (10)$$

نفترض أن $\hat{\theta}$ و $\hat{\mu}, \hat{\beta}$ تمثل تقديرات الإمكان الأعظم الناتجة عن تعظيم دالة الإمكان، حيث يتم ذلك باعتماد الطريقة التكرارية لنيوتن-رافسون. تتضمن هذه الطريقة حساب مشتقة المعادلة (10) ومساواتها بالصفر ثم تحديد تقديرات الإمكان الأعظم من خلال حل المعادلة الناتجة[15].

$$S(\beta) = \frac{\partial l(\mu,\phi)}{\partial\beta} = \frac{1}{\phi}(y - \exp(x\beta))x = 0 \qquad (11)$$

إذ ان :-

S يمثل متجة النتيجة

$\beta^{(r)}$ تمثل تحديد الإمكان الأعظم للمعلمة β ب r من التكرارات وتكون بالصيغة التالية.

$$\beta^{(r+1)} = \beta^r + \{I(\beta^{(r)})\}^{-1}S(\beta^{(r)}) \qquad (12)$$

$I(\beta^{(r)})$ هي عبارة عن مصفوفة معلومات فيشر $(P+1)*(P+1)$

وفقاً للمعادلة أعلاه يتم إيجاد تقديرات الإمكان الأعظم باعتماد خوارزمية المربعات الصغرى المرجحة التكرارية ($IWLS$) التالية.

$$\hat{\beta}_{MLE} = \Delta^{-1} x'^{\widehat{w}y^*}, \qquad (13)$$

$$D = x'\widehat{w}y,$$

$$\widehat{W} = diag\{\hat{\mu}_i^2, \hat{\mu}_i^2, \dots, \hat{\mu}_n^2\}$$

$$y^* = \hat{y}_i + (\frac{y_i - \hat{\mu}_i}{\mu_i})$$

$$\mu^* = \exp\{x'_i \hat{\beta}_{ML}\}$$

اذ ان :-

$\hat{\mu}_i$ هي تقدير لدالة الربط.

اما متوسط مجموع مربعات الخطأ (Mean Squared Error) لمعلمات نموذج انحدار كاما المقدرة وفق طريقة مقدرات الامكان الاعظم كما يلي

$$\mathrm{E}(\beta_{ML}^2) = E(\hat{\beta}_{ML} - \beta)'(\hat{\beta}_{ML} - \beta)$$

$$MSE(\hat{\beta}_{ML}) = \hat{\phi} \sum_{j=1}^{p+1} \frac{1}{\lambda_j} \qquad (14)$$

اذ ان :

λ_j : الجذور المميزة للمصفوفة $(\acute{X}\widehat{W}\mathrm{X})$

يؤدي الارتباط القوي بين المتغيرات التوضيحية في طريقة الإمكان الأعظم الى تضخيم التباين وعدم استقرار التقديرات، ويعالج ذلك باعتماد طريقة انحدار الحرف لتقليل تأثير التعدد الخطي. [11]

5- مقدرات انحدار كاما الحرف: -

في حالة وجود ارتباطات بين المتغيرات التوضيحية في نموذج انحدار كاما (GRM) فأن طريقة الامكان الاعظم تكون غير كفؤة حيث يكون التباين عالي لمقدراتها والاسلوب المقترح هو اعتماد طريقة انحدار الحرف (Gamma Ridge Regression) [14] والتي تعمل على تقليل التباين بين المتغيرات التوضيحية بتصغير مجموع مربعات الخطأ الموزونة، ويمكن كتابة مجموع مربعات الاخطاء الموزونة Weighted Sum of Square Error (WSSE) بالمعادلة التالية[4]:-

$$\phi = (y - \hat{\beta})'(y - \hat{\beta})$$

$$= (y - X\hat{\beta}_{ML})'(y - X\hat{\beta}_{ML}) + ((\hat{\beta} - \hat{\beta}_{ML}))'X'WX(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{ML})$$

$$\phi = \phi_{min} + \phi(\beta) \qquad (15)$$

حيث ان :

ϕ_{min} : تمثل دالة مجموع مربعات الأخطاء الموزونة.

$\phi(\beta)$: تمثل مقدار التحيز

يتم الحصول على مقدار انحدار الحرف $\hat{\beta}_{RR}$ الذي يقلل مجموع مربعات الاخطاء الموزونة وفقًا للقيد الاتي

$$(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{ML})'X'WX(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{ML}) = \phi_0 \qquad (16)$$

$$\emptyset = (y - \hat{\beta})'(y - \hat{\beta}) \qquad (17)$$

$$(y - X\hat{\beta}_{ML})'(y - X\hat{\beta}_{ML}) + (\hat{\beta} - \hat{\beta}_{ML})'X'WX(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{ML}) \qquad (18)$$

إذ ان:

$1/\lambda$: مضاعف لاكرانج Lagrangian

نقوم باشتقاق المعادلة بالنسبة لـــβ ثم نساوي المشتقة بالصفر[17].

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = 2\beta + \frac{\{2X'WX(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{ML})\}}{K} = 0$$

وبعد التبسيط نحصل على مقدر RR كما في المعادلة ادناه

$$\hat{\beta}_{BRR} = \hat{\beta} = (X'WX + KI)^{-1}X'WX\hat{\beta}_{ML} \qquad (19)$$

حيث ان K معامل التقليص وI مصفوفة الوحدة

متوسط مربعات الخطأ (MSE) هو معيار لقياس اي المقدرين لمعلمات انحدار كاما المقدرة وفق انحدار الحرف فيكون.

$$\mathrm{MSE} = \mathrm{Var}(\hat{\beta}) + \{Bias(\hat{\beta})\}\{(Bias(\hat{\beta}')\} \qquad (20)$$

حيث ان

$\mathrm{Var}(\hat{\beta})$ تمثل مصفوفة التباين ـ التباين المشترك والتحيز ($\hat{\beta}$) هو مقدر متجه التحيز لــ β .

اذ يمكن كتابة مصفوفة التباين والتغاير لــ $\hat{\beta}_{BRR}$ كالتالي

$$Var(\hat{\beta}_{BRR}) = \phi\left[(\acute{X}WX + KI)^{-1}\acute{X}WX(\acute{X}WX) + KI)^{-1}\right] \qquad (21)$$

ومتجه التحيز لــ β_{BRR} هو

$$\mathrm{Bias}(\beta) = \mathrm{E}(\hat{\beta}_{\mathrm{BRR}}) - \hat{\beta} = -\mathrm{K}(\acute{\mathrm{X}}\mathrm{WX} + \mathrm{K}I)^{-1}\beta \qquad (22)$$

ويمكن تعريف MSE لــ $\hat{\beta}_{BRR}$ من خلال تطبيق اثر الحرف ع النحو التالي [9]

$$\mathrm{MSE}\ (\widehat{\beta}_{BRR}) = trace[\phi\{(\acute{X}\mathrm{WX}+\mathrm{K}I)^{-1}\acute{X}\mathrm{WX}(\acute{X}\mathrm{WX}+\mathrm{KI})\}]^{-1} + \mathrm{K}^2\acute{\beta}(\acute{\mathrm{X}}\mathrm{WX} + \mathrm{KI})^{-2}\beta$$

$$= \phi\ \sum_{j=1}^{p}\frac{\lambda j}{(\lambda j+k)^2} + \sum_{j=1}^{p}\frac{K^2\gamma_j^2}{(\lambda j+k)^2} = \delta_1(K) + \delta_2(K). \qquad (23)$$

حيث ان:-

$\lambda_1\ \lambda_2, \ldots..\ \lambda_p,$. هي الجذور المميزة لمصفوفة $\acute{X}\mathrm{WX}$ وjth هو العنصر $\acute{X}$ لــ$\hat{\beta}_{ML}$ و X هي المصفوفة التي تمثل اعمدتها المتجهات الذاتية لـــ $X = (X_1, \mathrm{X}_2, \ldots X_p)$,i ,e., $\acute{X}\mathrm{WX}$

حيث ان X_j هو المتجه الذاتي للمصفوفة ŔWX , كذلك تعمل هذه الكمية (K) على تقليل التباين بالرغم من ان طريقة انحدار الحرف متحيزة لكنها تمتلك متوسط مربعات الخطأ (MSE) اقل من متوسط مربعات الخطأ للإمكان الاعظم[4].

6ـ طرائق تقدير معلمة الحرف

ان كفاءة مقدر انحدار الحرف تعتمد بشكل كبير على قيمة K، والتي تتحكم في مقدار التقليص. هناك العديد من الطرق لتقدير معلمة الحرف. وفي هذه الورقة تم اعتماد عدد من الطرائق المختلفة لتقدير معلمة التحيز K في نموذج انحدار كاما[1]:ـ

اقترح (Alkhamisi) بعض التقديرات لمعلمات الحرف ل LRM، ونحن نقوم بتعديلها لتناسب انحدار الحرف كاما كما في المعادلة التالية[16].

$$K_1 = \widehat{K}_{max}^{Ks} = \max(S_j), \quad (24)$$

$$K_2 = \widehat{K}_{md}^{KS} = median(S_j), \quad (25)$$

إذ أن:

$$S_j = \frac{\lambda_j \widehat{\phi}}{n - q\widehat{\phi}} + \lambda_j \hat{\alpha}^j$$

تم تحديد بقية معلمات الحرف من قبل (Amin) واخرين، إذ وجدوا ان تقديرات معلمات الحرف الثلاثة المؤهلة تؤدي الى أداء جيد مقارنة بالآخرين.[18]

$$K_3 = \frac{\widehat{\emptyset}}{\widehat{\alpha}_j}\left[1 + \left\{1 + \left(\frac{\widehat{\emptyset}}{\widehat{\alpha}_j}\right)^2\right\}\right] \quad (26)$$

$$K_4 = \frac{\widehat{\emptyset}}{(\prod_{j=1}^{q} \widehat{\alpha}_j^2)^{1/q}}, \quad (27)$$

$$K_5 = \prod_{j=1}^{q} \left(\frac{1}{m_j}\right)^{\frac{1}{q}} \quad (28)$$

إذ ان:

$\hat{\alpha}_j$ تمثل القيمة لتقدير معامل الانحدار.

$\hat{\phi}$ يمثل تقدير لمعامل التحيز ويعرف على النحو الاتي. $\hat{\phi} = \frac{1}{n-p}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{(\hat{\mu}_i)^2}\right)$

$\hat{\mu}_i$ يمثل تقدير لدالة الربط وتكون على النحو الاتي. $\hat{\mu}_i = \exp(x_i'\hat{\beta}_{ML})$

7- المحاكاة

من اجل المقارنة بين مقدرات انحدار الحرف لنموذج انحدار كاما، تم في هذه المرحلة اختيار القيم الافتراضية للمعلمات،

1. تم اختيار حالتين من عدد المتغيرات التوضيحية (p=3)، وكما يأتي:

$$\beta = (0.3, 0.4, 0.7, 1)$$

2. معلمة التشتت فقد تم اختيار ثلاث قيم هي $\phi = 0.22$، وبأحجام عينات مختلفة هي (25 و50 و100 و200)

3. ان اهتمام الدراسة هو حل مشكلة الارتباط المتعدد بين المتغيرات التوضيحية فقد اختيرت قيم مختلفة للارتباط بين هذه المتغيرات ومعلمات الارتباط هي $\rho = 0.80,0.90$.
4. تعدُّ مرحلة مهمة جداً لاعتماد الخطوات التي تليها عليها، فقد تم توليد المتغيرات التوضيحية وفقاً للصيغة الآتية:

$$x_{ij} = (1-\rho^2)^{1/2} z_{ij} + \rho z_{i(j+1)}; i = 1,2,\dots n; j = 1,2,\dots,p \qquad (29)$$

حيث إن z_{ij} هي قيم يتم توليدها من التوزيع المنتظم القياسي. وقد تم توليد المتغير المعتمد من توزيع كاما وفقاً لما يأتي:

$$y_i \sim Gamma\left(\frac{1}{\emptyset}, \phi\mu_i\right); i = 1,2,\dots,n$$

حيث إن:

$$\mu_i = \frac{1}{x'_i \beta} \qquad (30)$$

لغرض المقارنة بين طريقتي التقدير تم اللجوء إلى معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE)، وكما يأتي:

$$MSE(\hat{\beta}) = \frac{1}{L}\sum_{I=1}^{L}(\hat{\beta}_I - \beta)'(\hat{\beta}_I - \beta) \qquad (31)$$

حيث إن $\boldsymbol{j}$ هو متجه بالبعد $1 \times (p+1)$ جميع قيمه هي الوأحد الصحيح.

جدول(1) قيم تقديرات المعلمات وقيم معيار MSE عندما

$\boldsymbol{\beta = 3, \phi = 0.22, \beta = 0.8,}$ ولجميع حجوم العينات

p	Phi	Rho	n	Values	Gamma Regression Ridge 1	Gamma Regression Ridge 2	Gamma Regression Ridge 3	Gamma Regression Ridge 4	Gamma Regression Ridge 5
		0.8		$\boldsymbol{\beta_0}$	1.35913	0.92892	0.73335	0.79214	1.26152
				$\boldsymbol{\beta_1}$	0.48675	0.66807	0.67921	0.73096	0.564

3	0.22		25	β_2	0.95792	1.37952	1.47928	1.4404	1.05697
				β_3	1.20703	1.62081	1.82427	1.67595	1.38273
				MSE	1.80935	0.8131	2.6441	1.19258	1.22379
			50	β_0	1.4347	0.83669	0.67638	0.8227	1.26712
				β_1	0.44159	0.65314	0.72707	0.67382	0.4969
				β_2	0.91116	1.33829	1.44837	1.32935	1.07758
				β_3	1.20207	1.7082	1.92974	1.69787	1.39046
				MSE	1.86003	0.56609	0.91979	0.47828	1.09061
			100	β_0	1.45318	0.79316	0.66854	0.81387	1.22541
				β_1	0.51616	0.6543	0.76184	0.69339	0.5566
				β_2	0.83774	1.39772	1.49533	1.34047	1.0804
				β_3	1.17422	1.75986	1.87117	1.65233	1.28551
				MSE	1.98094	0.37954	0.35573	0.33235	1.06187
			200	β_0	1.55026	0.7241	0.66302	0.85065	1.15125
				β_1	0.40785	0.71768	0.75985	0.6877	0.53619
				β_2	0.84178	1.3817	1.46146	1.34375	1.09558
				β_3	1.07123	1.78725	1.86977	1.59315	1.30404

				MSE	2.10519	0.25822	0.15111	0.28017	1.06837

جدول(2)

قيم تقديرات المعلمات وقيم معيار MSE عندما

$$\beta = 3, \phi = 0.22, \beta = 0.9,$$

ولجميع حجوم العينات

p	Phi	Rho	N	Values	Maximum Likelihood Estimators	Gamma Regression Ridge 1	Gamma Regression Ridge 2	Gamma Regression Ridge 3	Gamma Regression Ridge 4	Gamma Regression Ridge 5
3	0.22	0.90	25	β_0	0.81263	1.37662	0.90463	0.70776	0.7005	1.14922
				β_1	0.92437	0.48203	0.62656	0.64256	0.7003	0.57205
				β_2	1.67249	0.91073	1.36933	1.64878	1.5387	1.0192
				β_3	1.81539	1.16566	1.63288	1.9058	1.63549	1.35285
				MSE	13.9527	1.68207	0.74108	8.24673	3.00507	1.11306
			5	β_0	0.66386	1.43678	0.83502	0.6965	0.74155	1.12799
				β_1	0.92613	0.45873	0.63972	0.75757	0.7135	0.55543
				β_2	1.36397	0.92827	1.40274	1.49813	1.41285	1.1038

			0	β_3	1.93035	1.20464	1.6718	1.86745	1.69143	1.39832
				MSE	4.57706	1.68803	0.45314	1.8196	0.57144	0.9506
			100	β_0	0.56547	1.35268	0.71668	0.65428	0.76906	1.16261
				β_1	0.7779	0.51075	0.72287	0.75648	0.67838	0.53968
				β_2	1.40492	0.94945	1.45018	1.42936	1.39853	1.09563
				β_3	2.06386	1.14237	1.75464	1.87105	1.70163	1.34195
				MSE	2.78659	1.75984	0.29868	0.86435	0.3357	0.881
			200	β_0	0.6216	1.39758	0.64578	0.63345	0.7807	1.13405
				β_1	0.76622	0.46265	0.69927	0.74974	0.70358	0.60415
				β_2	1.4456	0.87232	1.44395	1.4619	1.36266	1.02658
				β_3	2.01777	1.14987	1.80274	1.84733	1.66122	1.33153
				MSE	1.33774	1.88481	0.19913	0.26605	0.22169	0.85389

8-الاستنتاجات: -

1. أوضحت نتائج المحاكاة ان قيم (MSE) تقل بزيادة حجم العينة لجميع المقدرات مما يدل على امتلاكها جميعًا لخاصية الاتساق، وباختلاف قيم ϕ وعدد المتغيرات.
2. تقل كفاءة المقدرات بزيادة قيمة معامل الارتباط، مما يدل على وجود علاقة عكسية بينهما.
3. زيادة قيم MSE بزيادة قيمة معلمة ϕ، مما يدل وجود علاقة طردية بينهما.
4. اعتماد طريقة الحرف عند طريقة انحدار الحرف الخامسة لتفوقهما في عملية التقدير وفقاً للنتائج التجريبية.

9-التوصيات: - من خلال نتائج البحث نوصي بالآتي: -

1. اعتماد طريقة انحدار الحرف (RR)، في تقدير معلمات انحدار كاما؛ إذ تساعد هذه الطريقة على تحسين دقة التقديرات وتقلل من التشتت.
2. اعتماد انحدار الحرف عند طريقة انحدار الحرف الخامسة هو الأفضل وتليها طريقة انحدار الحرف الثانية، حسب معيار المقارنة مجموع مربعات الخطأ.

المصادر

1. Algamal, Z. Y. (2018). Shrinkage estimators for gamma regression model. Electronic Journal of Applied Statistical Analysis, 11(1), 253-268.
2. Amin, M., Qasim, M., Amanullah, M., & Afzal, S. (2020). Performance of some ridge estimators for the gamma regression model. Statistical papers, 61, 997-1026.
3. Amin, M., Qasim, M., Yasin, A., & Amanullah, M. (2022). Almost unbiased ridge estimator in the gamma regression model. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 51(7), 3830-3850.
4. Ayienda, K. C. (2014). Gamma and related distributions. BoD–Books on Demand
5. Månsson, K., & Shukur, G. (2012). Performance of some logistic ridge regression estimators. Computational Economics, 40, 401-414
6. Bossio, M. C., & Cuervo, E. C. (2015). Gamma regression models with the Gammareg R package. Comunicaciones en estadistica, 8(2), 211-223
7. Hazem, A., & Yousif, A. (2017). Comparison between some of the robust penalized estimators using simulation. Journal of Economics and Administrative Sciences, 100(32), 490-504.
8. Lukman, A. F., Dawoud, I., Kibria, B. G., Algamal, Z. Y., & Aladeitan, B. (2021). A new ridge-type estimator for the gamma regression model. Scientifica, 2021, 1-8.
9. Salal, S. M., & Yousif, A. H. (2023). A Comparison of Robust Tests to Detect the Autocorrelation Problem in the Presence of the Outliers. International Journal of Revolution in Science and Humanity, 11(1), 67-73.
10. Tohme, M. J., & Yousif, A. H. (2020). Comparison Between Some of Penalized Estimators for High Dimensional Quantile Regression. Al-Rafidain University College For Sciences, (46).
11. Yousif, A. H., & Housain, W. J. (2021, March). Atan regularized in quantile regression for high dimensional data. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1818, No. 1, p. 012098). IOP Publishing.

12. Yousef, A. H., & Ali, O. A. (2020). Proposing robust lad-atan penalty of regression model estimation for high dimensional data. Baghdad Science Journal, 17(2), 0550-0550.
13. Yousif, A. H. (2021). PROPOSING ROBUST LAD-SHRINK SET ESTIMATOR FOR HIGH DIMENSIONAL REGRESSION MODEL. International Journal of Agricultural & Statistical Sciences, 17.
14. Yousif, A. H. (2022). Proposing Shrinkage Estimator of MCP and Elastic-Net penalties in Quantile Regression Model. Wasit Journal for Pure sciences, 1(3), 126-134.
15. Yousif, A. H. (2017). The use of robust penalized estimators of linear regression model in the presence of problems of dimensions and outliers with application. University of Baghdad.
16. Yasin, A., Amin, M., Qasim, M., Muse, A. H., & Soliman, A. B. (2022). More on the ridge parameter estimators for the gamma ridge regression model: simulation and applications. Mathematical Problems in Engineering, 2022(1), 6769421.
17. Yousif, A. H. (2017). comparison between some of the robust penalized estimators using simulation. journal of Economics And Administrative Sciences, 23(100).
18. Zaher, J., & Yousif, A. H. (2022). Shrinkage Estimator of SCAD and Adaptive Lasso penalties in Quantile Regression Model. Mathematical Statistician and Engineering Applications, 71(4), 5945-5953.