تصميم عينة مثلى لفحص مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة
بأستعمال معيار أمثل – D الحصين

أ .م .د. افتخارعبد الحميد النقاش* مروة علي مكلف**

المستخلص

أحد اهم المشاكل التي تواجه العاملين في مشاريع معاملة مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة، هي مشكلة تصميم عينة فحص متطلبات الأوكسجين الحيوية وتركيز الأوكسجين الذائب للتأكد من توفر متطلبات الحياة المائية فيها قبل طرحها في مياه الانهار، فقد تم في هذا البحث استعمال نوع من أنواع معايير الأمثلية المعروف بمعيار أمثل – D الذي يعظم محدد مصفوفة المعلومات والمكافئ الى تقليل محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps في اختيار التصميم الأمثل لعينات الفحص بالإعتماد على قيم المتغير التوضيحي التي تمثل سرعة تدفق ، إذ تم سحب عينات الفحص عند سرع التدفق (0.56, 0.64, 0.7, 0.72, 0.65, 0.69) خلال ثلاثة أيام متعاقبة وعلى أساسها قمنا ببناء عدد من التصاميم بحجم (6) مشاهدة ثم بإستعمال معيار أمثل – D تم التوصل الى أن التصميم (0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72) أعطى أفضل التقديرات لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps لأمتلاكه أقل محدد مصفوفة تباين وتباين مشترك وكانت كفائته بالنسبة الى تصميم أمثل – D الحقيقي مساوية الى (92%) كما أنه يمثل تصميم أمثل – D بأقل مخاطرة لكونه يقابل أعلى قيمة لدالة المخاطرة ، وعليه نوصي بإعتماد هذا التصميم في تقدير معلمات أنموذج Streeter-Phelps للحصول على ادق التقديرات لكل من متطلبات الأوكسجين الحيوية وتركيز الأوكسجين الذائب فيها للتأكد من توفر البيئة المائية الصالحة في العراق.

Abstract

One of the important problems that faces the workers in drain and the industry water leftovers Projects is the Designing Problem of test sample for the requirements of Biological Oxygen Demand and Dissolved Oxygen Concentration to be sure that it has the requirements of water life before throw it in the rivers. Therefore , this research has used one of the Optimality criteria types which is known by D- Optimal criteria that maximize the Information matrix deteriment which is equivalent to decrease the deteriment of variance and covariance matrix of Parameter Streeter-Phelps models in choosing Optimal Design of testing samples could be depending on the explanatory variable values that represent velocity of flowing,

the testing samples have been drawn in velocities of flowing (0.56, 0.64, 0.7, 0.72, 0.65, 0.69) through three days in sequence,depeneting on this, a number of designs have

* الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء .
** باحثة .
مقبول للنشر بتاريخ 2012/3/12

been constructed with volume (6) observations , then, by using the D- Optimal criteria it has been reached to that design (0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72) has given the best estimation of model parameter Streeter-Phelps for possession minimum deteriment of the variance and covariance matrix and its efficiency according to the real D- Optimal Design equals to (92) . It also , represents D- Optimal Design with less risk because it corresponds to the highest value of risk function . Thus, we recommend reliance of this design in estimating the parameters of Streeter-Phelps models to get the accurate estimation for both Biological Oxygen Demand and Dissolved Oxygen Concentration to be sure of competent water environment abundance in Iraq .

1- المقدمة :

إن الهدف من استعمال طرائق او أساليب الأمثلية هو تحسين المعلومات التي تتضمنها التجارب او تقليل جهد المعاينة للحصول على تصاميم مثلى، ويُعد معيار تصميم أمثل – D من معايير الأمثلية الأكثر أهمية في التطبيقات وأكثرها استخداماً إذ يستند هذا المعيار بشكل عام على تعظيم محدد مصفوفة المعلومات الذي هو مكافئ إلى تصغير قيمة محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك للمعلمات المقدرة لنماذج تقييم نوعية المياه، أذ إن جانباً مهماً من التقدم العلمي في مجال نماذج معاملة مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة يعتمد على اختيار التصميم الملائم للتجربة، وإن أفضل تصميم هو الذي نحصل منه على أفضل التقديرات لمعلماته من خلال جعل تباينات هذه المعلمات أقل ما يمكن ، وقد انتشرت هذه النماذج وأصبحت معروفة وتستعمل على نطاق واسع ومنها الأنموذج المدروس لـ (Streeter-Phelps) .

إذ تسعى الدراسة إلى ايجاد تصميم أمثل – D الذي يهدف إلى زيادة الدقة في تقدير معلمات أنموذج Streeter – Phelps لتخفيض متطلبات الأوكسجين الحيوية (Biological Oxygen Demand) اعتماداً على تقدير نسبة الأوكسجين الذائب (Dissolved Oxygen) في مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة ، إذ إن الصرف المباشر للمخلفات التي لها (BOD) عالي في الأنهار يسبب خطورة شديدة على الصحة العامة والحياة المائية، كذلك فإن استهلاك الأوكسجين الذائب في الماء بوساطة ميكروبات التلوث ينتج عنه نقص الأوكسجين الذائب وبالتالي تلف الحياة المائية .

2- مشكلة الدراسة

تجسدت مشكلة الدراسة في اختيار أمثل تصميم لسحب عينة فحص من مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة في العراق قبل صرفها إلى الأنهار لتقدير معلمات أنموذج Streeter - Phelps بأقل تباين ممكن للتنبؤ بتركيز كل من الأوكسجين الذائب (DO) ومتطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) لغرض تقييم نوعية هذه المياه في محاولة لجعل العراق مواكباً للدول المتقدمة في مجال استعمال الأساليب الإحصائية في تقييم نوعية مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة لما يترتب عن صرفها قبل تقييمهامن خطورة على الصحة العامة والحياة المائية.

3- هدف الدراسة

تهدف اغلب البحوث والدراسات الاحصائية التوصل إلى نتائج دقيقة بنسبة معينة عن طريق دراسة عينة من المجتمع ، ويكون التركيز غالباً على الإهتمام بتقليل التباين للتقديرات لضمان صحة الاستنتاجات ، وعليه يمكن تلخيص الهدف من البحث في اعتماد معيار تصميم أمثل – D للوصول إلى أمثل تصميم لعينة فحص مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة للحصول على أفضل التقديرات لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps لتقييم نوعية المياه من خلال جعل تباينات هذه التقديرات أقل مايمكن لاستعمالها في التنبؤ بتركيز الأوكسجين الذائب (DO) ومتطلبات الأوكسجين الحيوي (BOD) عند السرع المختلفة لتدفق مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة من أنبوب الصرف.

4- مصفوفة المعلومات (1,2,7) Information Matrix

مصفوفة المعلومات - M (Information Matrix-M) الخاصة بأي تصميم من التصاميم تكون مصفوفة متماثلة ومعرفة غير سالبة (أي أن قيمها الذاتية جميعها موجبة)، تكون مصفوفة المعلومات $M = X'X$ في حالة النماذج الخطية عبارة عن قيم مجاميع المتغيرات التوضيحية غير معتمدة على متجه

معلمات الأنموذج الخطي $\hat{\beta}$ ، بينما مصفوفة المعلومات – M في حالة النماذج غير الخطية معتمدة على متجه معلمات الإنموذج غير الخطي $\hat{\beta}$ ، لأن عناصر المصفوفة X في النماذج غير الخطية عبارة عن مشتقات جزئية من الدرجة الاولى بالنسبة لمعلمات الأنموذج أي أن عناصر المصفوفة X عبارة عن دوال لمعلمات غير معروفة

وبما أنه توجد علاقة بين مصفوفة المعلومات-M ومصفوفة التباين والتباين المشترك للمعلمات المقدرة $\left[\sigma^2(X'X)^{-1}\right]$ فإن تحقيق أمثلية التصميم تأتي من خلال جعل دالة من مصفوفة المعلومات – M أقل مايمكن وتختلف هذه الدالة باختلاف طبيعة التصاميم التي يتم التعامل معها وفي هذه الحالة تسمى دالة مصفوفة المعلومات – M بمقياس الأمثلية.

5- مفهوم الأمثلية والتصميم الأمثل (2,5,6)

Optimality Concept and Optimal Design

يقصد بالأمثلية الحصول على حالات مثالية للمتغيرات الداخلة في التجربة قبل عملية جمع البيانات لغرض الحصول على أفضل معاينة تؤدي إلى أفضل تقدير لمعلمات الأنموذج المدروس ، وأن الهدف من استعمال طرائق أو أساليب الأمثلية هو تحسين المعلومات التي تتضمنها التجارب وتقليل جهد المعاينة للحصول على تصاميم مثلى.

أقترحت نظرية التصميم الأمثل من قبل Kiefer and Wolfowitz في عام 1959 التي تنص على تمثيل التصميم كتوزيع احتمالي معروف (ξ) على فضاء التصميم χ ، أن بناء التصاميم المثلى بشكل عام يتطلب توفير عدد من الفروض الاساسية وهي :

- ❖ تحديد الأنموذج .
- ❖ تحديد نقاط فضاء التصميم .
- ❖ تحديد عدد المشاهدات .
- ❖ تحديد معيار الأمثلية المناسب .

6- معيار أمثل – D (3,4) D-Optimal Criterion

اقترح هذا المعيار من قبل Kiefer & Wolfowitz في عام 1955 إذ إن معيار أمثل – D يعظم محدد مصفوفة المعلومات (M_d) وهو مكافئ إلى تقليل محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك ، ويسمى d^* تصميم أمثل – D إذا حقق الصيغة الآتية :

$$\Psi(M_{d^*}) = \min_{d \in D} |M_d|^{-1} \qquad ....(1-6)$$

إذ إن :

d : مؤشر التصاميم الممكنة إذ $d = 1,2,.....D$ حيث D : عدد التصاميم

$\Psi(M_{d^*})$: دالة من مصفوفة المعلومات M للتصميم الأمثل d^*

$M^{-1}(d)$: معكوس مصفوفة المعلومات (مصفوفة التباين المشترك) .

إن محدد المصفوفة عبارة عن حاصل ضرب القيم الذاتية لها أذن يمكن كتابة معيار أمثل – D على النحو الآتي:

$$\Psi(M_{d^*}) = \min_{d \in D} \prod_{i=1}^{p} \lambda_i^{-1}(d) \qquad (2-6)$$

أذ ان λ_i تمثل القيم الذاتية لمصفوفة المعلومات M_d التي تكون مرتبة على النحو الآتي:

$$0 < \lambda_1 \le \lambda_2 \le \ldots \le \lambda_P$$

يمكن تطبيق هذا المعيار على العلاقات الخطية بين المعلمات β التي عناصرها $A^T\beta$ ، A عبارة عن مصفوفة ثوابت من الدرجة $p\times q$ إذ p تمثل عدد المعلمات و q تمثل عدد العلاقات الخطية ويسمى المعيار عند هذه الحالة بمعيار أمثل - D_A العام (General D_A - Optimal Criterion) ، يسمى معيار أمثل – D عندما يعتمد على تقليل مجموع مربعات القيم الذاتية لمصفوفة المعلومات M_d بمعيار أمثل – D_A المركب (Compound D_A – Optimal criterion) ويسمى كذلك معيار أمثل – S (S- Optimal Criterion).

1-6 كفاءة تصميم أمثل – D [5,6] D-Optimal Design Efficiency

لغرض معرفة دقة تصميم معين أو ما يسمى بكفاءة هذا التصميم بالنسبة إلى التصاميم الأخرى فإننا نقوم باحتساب ما يسمى الكفاءة النسبية لذلك التصميم ، عرفت هذه الدالة كناتج قسمة محدد مصفوفة المعلومات $(X'X)$ المقدرة للتصميم غير الأمثل على محدد مصفوفة المعلومات $(X'X)$ المقدرة للتصميم الأمثل تتراوح قيمة هذه الدالة بين (0,1) وعندما تكون قيمتها مساوية إلى الواحد فهذا يعني أن التصميم هو تصميم أمثل – D الأكفأ ، دالة الكفاءة هذه تكتب بالصيغة الآتية:

$$L(k,t_d)=\det X'X(k,t_d)\big/\det X'X(k,t_{d^*}) \quad ....(3-6)$$

إذ إن :

$L(k,t_d)$: الخسارة في كفاءة التصميم التجريبي عند قيم المتغير التوضيحي (t_d) ومتجه المعلمات (k) إذ $(d=1,2,\dots D)$ عدد التصاميم .

$\det X'X(k,t_d)$: محدد مصفوفة معلومات التصميم التجريبي عند قيم المتغير التوضيحي (t_d) ومتجه المعلمات (k) إذ $(d=1,2,\dots D)$ عدد التصاميم .

$\det X'X(k,t_{d^*})$: محدد مصفوفة معلومات تصميم أمثل – D عند قيم المتغير التوضيحي (t_{d^*}) ومتجه المعلمات (k) .

وبسبب محدودية المعلومات يمكن حساب الكفاءة النسبية لتصميم أمثل – D (Relative Efficiency Of D-Optimal design) بقسمة محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لتصميم أمثل –D على محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لكل تصميم من التصاميم غير المثلى بحجم التصميم نفسه فالمعيار للحكم على نجاح التصميم هو امتلاكه لأعلى كفاءة نسبية لتصميم أمثل – D والمحسوبة على وفق الصيغة الآتية :

$$L(t_d)=\frac{\det\hat{\Sigma}_k(t_{d^*})}{\det\hat{\Sigma}_k(t_d)}*100 \quad d^*,d=1,2,.....D \qquad .....(4-6)$$

إذ إن :

$L(t_d)$: دالة الكفاءة النسبية للتصميم التجريبي عند قيم المتغير التوضيحي (t_d) .

$\det\hat{\Sigma}_k(t_{d^*})$: قيمة أصغر محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك للتصميم (d^*) من بين المحددات المحسوبة لجميع التصاميم المتساوية الحجم (تمثل قيمة محدد تصميم أمثل – D) .

$\det\hat{\Sigma}_k(t_d)$: محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لكل تصميم من التصاميم الأخرى .

7- تطبيق تصميم أمثل –D لأنموذج Streeter–Phelps (5)

D–Optimal Designs of Streeter–Phelps models

قبل تطبيق تصاميم أمثل – D لابد من عرض لأهم الفرضيات التي تقيد استعماله التي تتلخص في :

1. أن تكون الخصائص الاساسية لسلوك الظاهرة المدروسة تكون معروفة .
2. الأخطاء في قيم المتغير المعتمد فقط ، وهذه الأخطاء تتوزع بمتوسط صفر وتباين ثابت .
3. المعلمات الحقيقية تكون معروفة .

في المقابل ينبغي معرفة الخصائص العامة لنماذج نوعية المياه والمتمثلة في :

1. أن نماذج نوعية المياه تبسيط ثابت غير دقيق لتمثيل عمليات معالجة مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة .
2. أخطاء غير معروفة التوزيع في تركيبة الأنموذج ، قيم المعلمات قياسات المتغير المستقل وكذلك قيم المشاهدات .

من خلال دراسة الفرضيات التقليدية لأمثلية تصميم – D وخصائص نماذج نوعية المياه المذكورة أعلاه يتضح وجود خروقات كبيرة لكل منهما فيما يخص فرضيات او خصائص الآخر يمكن السيطرة عليها بتطبيق تصميم أمثل – D على نوع بسيط من نماذج نوعية المياه إضافة إلى امكانية إيجاد تصميم أمثل – D الحصين فيما يخص الأخطاء في قيم المعلمات غير المعروفة.

يعد أنموذج نوعية المياه الذي تم اقتراحه من قبل كل من (Streeter-Phleps) عام 1925 والمسمى بأسمهما للتنبؤ بتركيز الأوكسجين الذائب (DO) ومتطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) عند أي نقطة في النهر كما في الصيغة أدناه:

$$BOD(t) = BOD(0)\,e^{-k_1 t}$$

$$DO(t) = DO(SAT) - k_1\,BOD(0)(k_2 - k_1)^{-}(e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) - (DO(SAT) - DO(0))e^{-k_2 t} \quad ....(1-7)$$

إذ إن :

$BOD(t)$: متطلبات الأوكسجين الحيوية عند قيمة المتغير التوضيحي t بالملغم/لتر .

$BOD(0)$: متطلبات الأوكسجين الحيوية الأولية بالملغم/لتر.

k_1 : معلمة متطلبات الأوكسجين الحيوية تم تقديرها بإستعمال طرائق التقدير اللاخطية.

t : قيمة المتغير التوضيحي (قيم محددة سابقاً).

$DO(t)$: تركيز الأوكسجين الذائب عند قيمة المتغير التوضيحي t بالملغم/لتر.

$DO(SAT)$: حد الأشباع لتركيز الأوكسجين الذائب .

k_2 : معلمة تركيز الأوكسجين الذائب يتم تقديرها بإستعمال طرائق التقدير اللاخطية.

$DO(0)$: تركيز الأوكسجين الذائب الاولية.

1-7 تقدير معلمات أنموذج[5] Streeter-Phelps

Estimation Parameters Streeter-Phelps Model

معادلتي أنموذج Streeter-Phelps تكون غير خطية المعلمات لذا فإن المعلمات (k) سوف تظهر في مصفوفة X ، لأن مصفوفة X في النماذج غير الخطية تكون عبارة عن مشتقات جزئية من الدرجة الاولى بالنسبة لمعلمات الأنموذج وهكذا عناصر مصفوفة X سوف تكون دوال لمعلمات غير معروفة وتسمى معادلة متطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) "f_1" ومعادلة الأوكسجين الذائب (DO) "f_2" ومصفوفات X لعينات التجربة تكون على وفق الشكل أدناه:

$$X_{f_1} = \begin{bmatrix} \partial f_1(t_1)/\partial k_1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \partial f_1(t_n)/\partial k_1 & 0 \end{bmatrix}_{\hat{k}_1} \qquad ....(2-7)$$

إذ يتم اشتقاق المعادلة الأولى من معادلتي أنموذج Streeter-Phelps مرة بالنسبة للمعلمة الأولى k_1 ومرة أخرى بالنسبة للمعلمة الثانية k_2 على النحو الآتي:

$$\frac{\partial BOD(t)}{\partial k_1} = -BOD(0)(t)e^{-k_1 t} \qquad ....(3-7)$$

$$\frac{\partial BOD(t)}{\partial k_2} = 0 \qquad ....(4-7)$$

$$X_{f_2} = \begin{bmatrix} \partial f_2(t_1)/\partial k_1 & \partial f_2(t_1)/\partial k_2 \\ . & . \\ . & . \\ . & . \\ \partial f_2(t_n)/\partial k_1 & \partial f_2(t_s)/\partial k_2 \end{bmatrix}_{\hat{k}_1,\hat{k}_2} \qquad ....(5-7)$$

كذلك يتم اشتقاق المعادلة الثانية من معادلتي أنموذج Streeter-Phelps مرة بالنسبة للمعلمة الأولى k_1 ومرة أخرى بالنسبة للمعلمة الثانية k_2 على النحو الآتي:

$$\frac{\partial DO(t)}{\partial k_1} = \frac{BOD(0)t\,k_2 k_1 e^{-k_1 t}}{(k_2-k_1)^2} - \frac{BOD(0)k_2 e^{-k_1 t}}{(k_2-k_1)^2} - \frac{BOD(0)t\,k_1^2 e^{-k_1 t}}{(k_2-k_1)^2} + \frac{k_2 BOD(0)e^{-k_2 t}}{(k_2-k_1)^{20}} \qquad ....(6-7)$$

$$\frac{\partial DO(t)}{\partial k_2} = \frac{BOD(O)k_1 e^{-k_1 t}}{(k_2-k_1)^2} + \frac{BOD(0)t\,k_1^2 e^{-k_2 t}}{(k_2-k_1)^2} - \frac{BOD(0)t\,k_1 k_2 e^{-k_2 t}}{(k_2-k_1)^2} - \frac{BOD(0)k_1 e^{-k_2 t}}{(k_2-k_1)^2} + (DO(SAT)-DO(0))\,t\,e^{-k_2 t} \qquad ....(7-7)$$

لذلك في نماذج نوعية المياه يتم تطبيق معيار أمثل – D من خلال إستخراج مصفوفة التباين والتباين المشترك لكل دالة من دوال أنموذج Streeter-Phleps على وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{\Sigma}_{\underline{k}}(\underline{t}) = \sigma_1^2 (X_1' X_1)^{-1} + \sigma_2^2 (X_2' X_2)^{-1} \qquad ....(8-7)$$

إذ إن :

σ_1^2 : تمثل متوسط مربعات الخطأ للمعادلة الاولى .

σ_2^2 : تمثل متوسط مربعات الخطأ للمعادلة الثانية .

X : تمثل مصفوفة تضم مشتقات جزئية من الدرجة الاولى .

t : يمثل متجه حالات المتغير التوضيحي في التجربة .

ثم احتساب المحدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك واستخراج التصميم الذي يقابل أقل محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك الذي سوف يمثل التصميم الأمثل .

2-7 حصانة معلمات أنموذج[5] Streeter-Phelps

Rubestness Parameters Streeter-Phelps Model

بما أن نماذج نوعية المياه تخضع إلى قيد قيم المعلمات غير المعروفة فلابد من التخلص من هذا القيد من خلال توفير تصميم حصين إلى قيم المعلمات غير المعروفة ، لذا تم استعمال دالة تدمج بين دالة التوزيع الاحتمالية لقيم المعلمات غير المعروفة مع فكرة معيار أمثلية – D تسمى بدالة المخاطرة (Risk Function) نحصل منهاعلى تصميم جديد يكون أكثر حصانة إلى قيم المعلمات غير المعروفة تكون وفق الصيغة الآتية:

$$R(\underline{t}) = \int L(\underline{k},\underline{t})\, p(\underline{k})\, d\underline{k} \quad .....(9-7)$$

إذ إن :

$R(\underline{t})$: دالة المخاطرة .

$L(\underline{k},\underline{t})$: دالة الخسارة .

$p(\underline{k}_j)$: دالة التوزيع الاحتمالية (Probability Distribution Function) للمعلمات (k_1,k_2) والتي تتبع توزيع (Bivariate Normal Distribution) بمتوسط $\begin{pmatrix}\mu_{k_1}\\ \mu_{k_2}\end{pmatrix}$ ومصفوفة تباين وتباين مشترك $\sum = \begin{pmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12}\\ \sigma_{21} & \sigma_{22}\end{pmatrix}$ والتي تحقق $\sum_{i=1}^{m} p(\underline{k}_j) = 1$ و $0 \le p(\underline{k}_j) \le 1$ حيث m : عدد قيم المعلمات (k_1,k_2) .

أن دالة المخاطرة هي عبارة عن القيمة المتوقعة لدالة الخسارة التي تمثل دالة الكفاءة لتصميم أمثل – D التي يتم حسابها كما في المعادلة رقم (6-3) المذكورة سابقاً، إن التصميم الذي يعظم دالة المخاطرة على فضاء التصميم يسمى تصميم أمثل – D بأقل مخاطرة Minimum Risk D-Optimal Design وإن هذا التصميم يكون أكثر حصانة إلى الخطأ في تقديرات المعلمة ، دالة المخاطرة تتطلب توفر فروض أمثلية – D وتوفر فرض أضافي هو أن تكون دالة التوزيع الاحتمالية معروفة .

8- الجانب التطبيقي

8-1 بيانات الدراسة

لقد خصص موضوع الدراسة لأستعمال إسلوب أمثل – D في معالجة مشكلة اختيار تصميم عينة فحص لتقييم نوعية المياه التي تواجه مشاريع معاملة المياه في القطر، حيث تم تحديد مشروع الرستمية / التوسيع الثالث كعينة مختارة من مشاريع معاملة مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة في محافظة بغداد لكونه من أكبر المشاريع وأحدثها.

إن عملية جمع البيانات لحالة خاصة تعد من أولى المشاكل التي تواجه أي باحث وقد واجهتنا هذه المشكلة لعدم توفر البيانات، فدائرة مجاري بغداد تعد المصدر الرئيس والوحيد لبيانات متطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) وفحص الأوكسجين الذائب (DO) لم توفر هذه البيانات حيث تم الطلب من منتسبي مختبر مشروع الرستمية/التوسيع الثالث تهيئتها والمتمثلة في نتائج إجراء فحوصات متطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) وتركيز الأوكسجين(DO) لمدة ثلاثة أيام متعاقبة وعند سرع تدفق مختلفة لمياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة عبر أنبوب خط زبلن على أن لاتقل هذه السرع عن 50% ولاتزيد عن 75% ضمن السرع التي يتم العمل بها فعلياً في المشروع لتأثير سرعة التدفق على كل من تركيز الأوكسجين الذائب ومتطلبات الأوكسجين الحيوية إذ تم إجراء ستة فحوصات في اليوم الأول عند سرع تدفق مختلفة هي (0.56 ، 0.65 ، 0.7 ، 0.72 ، 0.64 ، 0.69) وذلك بأخذ عينة بحجم (20 مل) من مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة عند كل سرعة تدفق، وفي اليوم الثاني أخذت عينتين عند كل سرعة من سرع التدفق التي أخذت العينات عندها في اليوم الأول وفي اليوم الثالث أخذت ثلاث عينات عند كل سرعة من سرع التدفق التي استعملت في اليومين الأول والثاني (أخذ عينات متكررة سوف يزيد من الدقة في تقدير المعلمات) وجميع هذه الفحوصات تمت بمتابعة شخصية من قبل الباحث للحصول على أفضل البيانات.

2-8 تقدير معلمات أنموذج Streeter-Phelps

تم استعمال طريقة المربعات الصغرى الإعتيادية لتقدير المعلمات غير الخطية، إن هذه الطريقة وكما هو معروف تتطلب اولاً ايجاد القيم الأولية لمعلمات نظام المعادلات غير الخطي لـــــ Streeter-Phelps (k_{01}, k_{02}) والتي تم الحصول عليها بحل معادلتي أنموذج Streeter-Phelps المذكورة في (7-1) انياً بطريقة التعويض وكما موضح أدناه :

1. بالإعتماد على البيانات (نتائج فحوصات (BOD, DO) عند سرع التدفق المختلفة) التي تم الحصول عليها من مختبر مشروع الرستمية / التوسيع الثالث وبإستعمال التطبيق الجاهز (SPSS) تم الحصول على مقدرات المربعات الصغرى الإعتيادية لمعلمة معادلة متطلبات الأوكسجين الحيوية (k_{01}) بعد تحويل صيغة معادلتها اللاخطية إلى صيغة معادلة خطية بأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين

$$\ln BOD(t) = \ln BOD(0) - k_1 t$$

إذ كان ميل معادلة خط الإنحدار الخطي للمتغير (t) على قيم متغير متطلبات الأوكسجين الحيوية مساوي إلى (0.19) أي أن $(k_{01} = \hat{\beta} = 0.19)$ بمتوسط مربعات خطأ مساوياً إلى (3.63937) .

2. بتعويض قيمة (k_{01}) التي حصلنا عليها في الخطوة السابقة في معادلة الأوكسجين الذائب في أنموذج Streeter-Phelps تصبح معادلة الأوكسجين الذائب اللاخطية بمعلمة واحدة فقط هي (k_2) وكما موضح أدناه :

$$DO(t) = DO(SAT) - 0.19\,BOD(0)(k_2 - 0.19)^{-1}(e^{-0.19t} - e^{-k_2 t}) - (DO(SAT) - DO(0))e^{-k_2 t}$$

ولصعوبة إيجاد تقدير إلى المعلمة (k_2) في معادلة الأوكسجين الذائب من الصيغة الخطية للمعادلة بعد التحويل ، لذا تم إيجاد القيمة الأولية للمعلمة من خلال التعويض بمجموعة من القيم الإفتراضية ضمن المجال الذي تأخذه معلمة تركيز الأوكسجين الذائب في النظام وهو (2-4) وحساب متوسط مربعات الخطأ للمعادلة أعلاه عند كل قيمة من مجموعة قيم مجال المعلمة k_2 والنتائج التي حصلنا عليها موضحة بالجدول أدناه:

جدول (8-1)

قيم متوسط مربعات الخطأ عند كل قيمة من قيم معلمة الأوكسجين الذائب في أنموذج Streeter-Phelps

قيمة المعلمة	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
متوسط مربعات الخطأ	0.82656	0.82418	0.82253	0.82146	0.82083	0.82054
قيمة المعلمة	3.2	3.4	3.6	3.8	4	
متوسط مربعات الخطأ	0.82052	0.82070	0.82103	0.82147	0.82199	

3. تم تحديد القيمة الأولية لمعلمة تركيز الأوكسجين الذائب $(k_{02} = 3.2)$ بقيمة المعلمة المقابلة لأقل متوسط مربعات خطأ من بين مجموعة قيم مجال معلمة معادلة تركيز الأوكسجين الذائب.
4. على أساس القيم الأولية لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps التي حصلنا عليها

$$\begin{bmatrix} k_{01} \\ k_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.19 \\ 3.2 \end{bmatrix}$$

وبتطبيق طريقة نيوتن رافسن تم الحصول على متجه القيم التقديرية النهائية

$$\begin{bmatrix} \hat{k}_1 \\ \hat{k}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.21 \\ 3.5 \end{bmatrix}$$

لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps في الدورة الخامسة بمتجه متوسط مربعات خطأ مساوي إلى

$$\begin{bmatrix} 3.67191 \\ 0.82058 \end{bmatrix}$$

3-8 ايجاد تصميم أمثل –D الحقيقي

بتطبيق طريقة البحث الشامل وبإستعمال خوارزمية الإستبدال التي تبدأ من خلال قائمة من نقاط المتغير التوضيحي المرشحة من قبل الباحث والمأخوذة من شبكة من النقاط على فضاء التصميم الذي يمثل سرع تدفق مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة بنقاط متساوية الأبعاد ضمن مجال سرع تدفق مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة الحقيقية في خط زبلن إذ كان عدد النقاط المرشحة (سرع التدفق الفعلية) هي (0.55,0.59,0.63,0.67,0.71,0.75) على أساسها تم حساب مصفوفة المعلومات (مصفوفة التباين والتباين المشترك) لمعيار أمثل – D لكل حجم من أحجام التصاميم (6,5,4,3,2) مشاهدة عند كل قيمة من قيم المتغير التوضيحي (سرع التدفق المذكورة انفاً) إذ يجب أن لا يتجاوز حجم التصميم عدد القيم التي يأخذها المتغير التوضيحي والنتائج التي حصلنا عليها موضحة في الجدول أدناه :

جدول (8-2)
عناصر ومحدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps لكل تصميم عند سرع التدفق المختلفة

سرع تدفق مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة (t)	حجم التصميم	تباين معلمة متطلبات الأوكسجين الحيوية	تباين المعلمة تركيز الأوكسجين الذائب	التباين المشترك	المحدد
0.55	2	1.55423	205.3037	-13.55759	135.28092
	3	1.03615	136.8692	-9.03839	60.12453
	4	0.77711	102.6519	-6.77879	33.81982
	5	0.62169	82.12149	-5.42303	21.64485
	6	0.51807	68.43458	-4.51919	15.03082
0.59	2	1.46278	197.626	-13.19102	115.08035
	3	0.97518	131.7507	-8.79401	51.14603
	4	0.73139	98.81299	-6.59550	28.77021
	5	0.58511	79.05039	-5.27640	18.41278
	6	0.43759	65.87533	-4.39700	9.49278
0.63	2	1.39149	191.6333	-12.92777	99.52858
	3	0.92766	127.7556	-8.61851	44.23504
	4	0.69574	95.81667	-6.46388	24.88174
	5	0.55659	76.65333	-5.17110	15.92420
	6	0.46383	63.87778	-4.30925	11.05879
0.67	2	1.33612	186.9807	-12.748	87.31715
	3	0.89074	124.6538	-8.49866	38.80690
	4	0.66806	93.49033	-6.37399	21.82940
	5	0.53444	74.79226	-5.09919	13.97024
	6	0.44537	62.32688	-4.249333	9.70172
0.71	2	1.29358	183.4115	-12.637	77.56368
	3	0.86238	122.2743	-8.42467	34.47184
	4	0.64679	91.70576	-6.31850	19.39093
	5	0.51743	73.36461	-5.05480	12.41005
	6	0.43119	61.13718	-4.21233	8.61802
0.75	2	1.26156	180.7317	-12.58369	69.65463
	3	0.84104	120.4878	-8.38913	30.95756
	4	0.63078	90.36584	-6.29184	17.41371
	5	0.50462	72.29267	-5.03347	11.14451
	6	0.42052	60.24389	-4.19456	7.73943

من قيم العمود السادس في الجدول أعلاه يتضح أن قيمة أصغر محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك كانت عند حجم التصميم (6) مشاهدة ولجميع سرع التدفق المرشحة إضافة إلى ذلك نلاحظ أن قيمة محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك للتصاميم بحجم (6) مشاهدات تتناقص تدريجياً بزيادة سرعة تدفق مياه

المجاري والمخلفات المائية للصناعة من خط زبلن وتأسيساً على ذلك فإن التصميم الأمثل يكون اقرب إلى أعلى سرعة لتدفق مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة وهي (0.75) وبحجم (6) مشاهدات.

4-8 إيجاد تصميم أمثل – D لبيانات الدراسة

ان عدد التصاميم الممكن بناؤها بحجم (6) مشاهدة مساوي الى $\frac{6(6+1)}{2}-1=20$

على هذا الأساس تم اختيار (6) مشاهدات لكل تصميم من التصاميم $(d=1,2,\ldots 20)$ بأتباع إسلوب السحب العشوائي بدون إرجاع لكل مشاهدة من بين عدد المشاهدات الكلي (36) مشاهدة التي تمثل قيم المتغير التوضيحي (t) في إثناء الثلاثة أيام التي أخذت في إثنائها عينات الفحص من مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة وبإستعمال القيم التقديرية لمعلمتي أنموذج Streeter-Phelps البالغة $(\hat{k}_1=0.21)$ و $(\hat{k}_2=3.5)$ تم حساب عناصر المصفوفة X_1 التي تمثل المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى لمعادلة متطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) المذكورة في (7-3)و(7-4)، كذلك نقوم بحساب عناصر المصفوفة X_2 التي تمثل المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى لمعادلة تركيز الأوكسجين الذائب (DO) المذكورة في (7-6) و(7-7) للتصاميم المحددة وبتطبيق الصيغة (7-8) تم حساب عناصر مصفوفة التباين والتباين المشترك $\hat{\Sigma}(k_1,k_2)$ لكل تصميم من التصاميم المدروسة والتي تم إيجاد قيمة المحدد لكل منها والنتائج التي تم الحصول عليها موضحة في الجدول (8-3)

جدول (8-3)
عناصر ومحدد مصفوفة التباين والتباين المشترك والكفاءة النسبية لكل تصميم من التصاميم بإستعمال معيار أمثل - D

التسلسل	التصاميم						تباين المعلمة (k_1)	تباين المعلمة (k_2)	التباين المشترك (k_1,k_2)	المحدد	الكفاءة
	1	2	3	4	5	6					
1	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.50973	67.73436	-4.48497	14.41128	58.15940
2	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	0.45401	63.05241	-4.27615	10.34096	81.05161
3	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.43438	61.40457	-4.21965	8.86769	94.51740
4	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.42822	60.88823	-4.20621	8.38151	100
5	0.64	0.64	0.64	0.64	0.64	0.64	0.45876	63.45194	-4.29188	10.68924	78.41077
6	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	0.43780	61.69133	-4.22822	9.13078	91.79403
7	0.69	0.72	0.56	0.7	0.69	0.7	0.44372	62.38471	-4.26228	9.51448	88.09214
8	0.65	0.7	0.56	0.65	0.64	0.7	0.45475	63.28178	-4.29292	10.34867	80.99119
9	0.7	0.65	0.56	0.72	0.65	0.7	0.44908	62.84196	-4.27840	9.91668	84.51936
10	0.7	0.56	0.72	0.56	0.56	0.7	0.46391	64.31898	-4.34588	10.95194	76.52996
11	0.56	0.56	0.72	0.56	0.7	0.64	0.46889	64.68334	-4.35847	11.33335	73.95441
12	0.7	0.65	0.64	0.56	0.7	0.64	0.45553	63.34850	-4.29556	10.40533	80.55022
13	0.72	0.65	0.64	0.65	0.72	0.69	0.44242	62.15272	-4.24718	9.45956	88.60361
14	0.69	0.7	0.69	0.65	0.72	0.69	0.43793	61.72967	-4.23100	9.13204	91.78138
15	0.69	0.65	0.64	0.64	0.72	0.69	0.44497	62.35532	-4.25348	9.65465	86.81327
16	0.65	0.69	0.69	0.65	0.56	0.56	0.46312	64.05724	-4.32695	10.94370	76.58753
17	0.65	0.65	0.72	0.56	0.7	0.72	0.44778	62.75120	-4.27609	9.81414	85.40246
18	0.72	0.64	0.7	0.65	0.65	0.72	0.44181	62.10402	-4.24574	9.41194	89.05196
19	0.7	0.65	0.7	0.7	0.56	0.64	0.45114	62.99898	-4.28333	10.07473	83.19342
20	0.7	0.69	0.69	0.64	0.56	0.7	0.44901	62.81812	-4.27670	9.91598	84.52535

وبالإعتماد على معيار أمثل – D الموضح بالصيغة (6-1) نقوم بتحديد التصميم الأمثل من بين مجموعة التصاميم على أساس التصميم الذي يعطي أقل محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك كما مؤشر في الجدول أعلاه إذ يتضح أن أقل قيمة للمحدد تقابل التصميم الذي يتم فيه سحب مشاهدات عينة مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة الستة عند سرعة التدفق العالية (0.72 , 0.72 , 0.72 , 0.72 , 0.72 , 0.72) ولقياس مدى كفاءة تصميم أمثل – D الذي حصلنا عليه من بيانات التجربة نسبة إلى كفاءة تصميم أمثل – D الحقيقي الذي حصلنا عليه بطريقة البحث الشامل نقوم بقسمة محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لتصميم أمثل – D الحقيقي على محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لتصميم أمثل – D لبيانات التجربة إذ كانت النتيجة كفاءة تصميم التجربة إلى التصميم الحقيقي 92% كما موضح أدناه:

$$\det \hat{\Sigma}_{\underline{k}}(0.75,0.75,0.75,0.75,0.75,0.75) \Big/ \det \hat{\Sigma}_{\underline{k}}(0.72,0.72,0.72,0.72,0.72,0.72)$$
$$= 8.38151 / 7.73943$$
$$= 92\%$$

ثم إيجاد كفاءة كل تصميم بالإعتماد على قيم محددات مصفوفة التباين والتباين المشترك المحسوبة لجميع التصاميم بالمقارنة مع التصميم الذي يقابل أقل محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك الذي يمثل تصميم أمثل – D وفق المعادلة رقم (3-6) والنتائج التي حصلنا عليها مدرجة في العمود الأخير من الجدول رقم (3-8).

من الجدول يتضح أن التصميم الرابع الذي يمثل تصميم أمثل – D هو أكفأ تصميم قياساً بالتصاميم الأخرى ، لأنه أعطى أعلى كفاءة أي أن عينة مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة المسحوبة عند السرعة العالية لتدفق مياه خط زبلن تعطي أفضل العينات في حين نجد أن العينات المسحوبة عند السرع الدنيا لتدفق مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة تعطي تصاميماً أقل كفاءة وتبتعد عن الأمثلية ، إذ وجدنا أن أقل التصاميم كفاءة بالمقارنة مع تصميم أمثل – D (التصميم الرابع) الذي حصلنا عليه هو التصميم الأول عند أدنى سرع التدفق وهي (0.56 , 0.56 , 0.56 , 0.56 , 0.56 , 0.56) والبالغة (58.15940) يليه في الكفاءة التصاميم (16,10,11) التي تتضمن قيمتين او ثلاث قيم للمتغير التوضيحي بحده الأدنى (0.56) كما مذكور في الجدول (3-8) إذ بلغت كفائتها , 76.52996 , 76.58753) (73.95441 على التوالي.

في حين وجدنا أن أعلى التصاميم كفاءة (94.51750) مقارنة بتصميم أمثل – D هو التصميم الثالث الذي يتضمن تصميمه قيم المتغير التوضيحي (0.7 , 0.7 , 0.7 , 0.7 , 0.7 , 0.7) التي تمثل أقرب قيمة إلى قيمة المتغير التوضيحي في التصميم الأمثل (0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72) وكفاءة بقية التصاميم تتذبذب بينهما إعتماداً على قيم المتغير التوضيحي (سرع التدفق) الداخلة في تكوينها مما يؤكد على ضرورة أختيار عينة فحص مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة عند سرع التدفق العليا للحصول على أفضل تقدير لمتجه معلمات أنموذج (Streeter-Phelps) لزيادة الدقة في نتائج فحوصات متطلبات الأوكسجين الحيوية وتركيز الأوكسجين الذائب لأهميتها في تحسين مستويات البيئة المائية في العراق.

5-8 تصميم أمثل – D بأقل مخاطرة (تصميم أمثل – D الحصين للمعلمات غير المعروفة)

بهدف الوصول إلى إيجاد تصميم أمثل – D بأقل مخاطرة ممكنة الذي يمثل تصميم أمثل – D الحصين للمعلمات غير المعروفة ينبغي في البدء إيجاد قيم دالة المخاطرة (Risk Function) المذكورة في (7-9) لكل تصميم من التصاميم التي تم بناءها من بيانات الدراسة بحجم (6) مشاهدة والبالغ عددها (20) تصميماً، ومن ثم تحديد التصميم الذي يقابل أعلى قيمة لدالة المخاطرة ليمثل تصميم أمثل – D الحصين للمعلمات غير المعروفة (تصميم أمثل – D بأقل مخاطرة) ولتحقيق ذلك قمنا بالخطوات المدرجة أدناه:

اولاً : تقدير متجه معلمتي أنموذج (Streeter-Phelps) $\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix}$ **بالاعتماد على بيانات المتغير التوضيحي (سرع التدفق) وقيم المتغيرين المدروسين متطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) وتركيز الأوكسجين**

الذائب (DO) لكل تصميم من التصاميم بإستعمال طريقة المربعات الصغرى الإعتيادية اللاخطية وكما وضحنا ذلك سابقاً في الفقرة (3-2-2) في حالة البيانات الكلية ، إذ تم الحصول على متجهات (20 متجه) القيم التقديرية الأولية $\begin{pmatrix} \hat{k}_{01} \\ \hat{k}_{02} \end{pmatrix}$ **بحل معادلتي أنموذج (Streeter-Phelps) بطريقة التعويض لكل تصميم من التصاميم ومن ثم استعمال احدى طرائق التحليل العددي (نيوتن-رافسن) لتحسين قيم متجهات المعلمات الأولية المقدرة لكل تصميم بشكل مستقل للوصول إلى متجهات القيم النهائية للمعلمات المقدرة لأنموذج Streeter-Phelps وكما مبين في الجدول أدناه:**

جدول (8-4)
قيم معلمة متطلبات الأوكسجين الحيوية ومعلمة تركيز الأوكسجين الذائب لكل تصميم من التصاميم

التصاميم	قيم المتغير التوضيحي						معلمة متطلبات الأوكسجين الحيوية	معلمة تركيز الأوكسجين الذائب
	1	2	3	4	5	6		
1	0.56	o.56	0.56	0.56	0.56	0.56	-0.19	3
2	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	0.24	2
3	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.02	4
4	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.31	2.5
5	0.64	0.64	0.64	0.64	0.64	0.64	0.23	2.5
6	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	0.57	4
7	0.69	0.72	0.56	0.7	0.69	0.7	0.46	4
8	0.65	0.7	0.56	0.65	0.64	0.7	0.40	4
9	0.7	0.65	0.56	0.72	0.65	0.7	0.76	4
10	0.7	0.56	0.72	0.56	0.56	0.7	0.09	4
11	0.56	0.56	0.72	0.56	0.7	0.64	- 0.06	2
12	0.7	0.65	0.64	0.56	0.7	0.64	- 0.17	4
13	0.72	0.65	0.64	0.65	0.72	0.69	0.31	3.5
14	0.69	0.7	0.69	0.65	0.72	0.69	0.31	4
15	0.69	0.65	0.64	0.64	0.72	0.69	0.19	2
16	0.65	0.69	0.69	0.65	0.56	0.56	- 0.23	3.5
17	0.65	0.65	0.72	0.56	0.7	0.72	0.22	2
18	0.72	0.64	0.7	0.65	0.65	0.72	0.38	2.5
19	0.7	0.65	0.7	0.7	0.56	0.64	- 0.13	2
20	0.7	0.69	0.69	0.64	0.56	0.7	0.68	4

ثانياً : تأسيساً على قيمة محدد مصفوفة المعلومات $(X'X)$ لكل تصميم من التصاميم إذ عناصر المصفوفة (X) تمثل قيم المشتقات الجزئية لمعادلتي أنموذج (Streeter-Phelps) بالنسبة إلى المعلمة (k_1) لمتطلبات الأوكسجين الحيوية والمعلمة (k_2) لتركيز الأوكسجين الذائب التي تم إيجاد قيمها التقديرية في الخطوة اولاً لكل تصميم من التصاميم والمعطاة في الجدول (3-7) انفاً عند قيم المتغير التوضيحي لكل تصميم ، بعدئذ تم حساب قيم دالة الخسارة على وفق الصيغة (3-6) لكل تصميم من التصاميم بالنسبة إلى تصميم أمثل – D والنتائج التي حصلنا عليها عند كل متجه للمعلمات المقدرة موضحة في الجدول أدناه:

جدول رقم (8-5)

قيم دالة الخسارة في الكفاءة عند قيم (k_1,k_2) لكل تصميم من التصاميم

قيم المعلمات التصاميم	دالة الخسارة									
	k_1=-0.19 k_2=3	k_1= 0.24 k_2=2	k_1=0.02 k_2=4	k_1= 0.31 k_2=2.5	k_1=0.23 k_2=2.5	k_1= 0.57 k_2=4	k_1=0.46 k_2=4	k_1= 0.40 k_2=4	k_1=0.76 k_2=4	k_1= 0.09 k_2=4
1	0.1239	0.0481	0.0020	0.2920	0.2796	0.1931	0.5675	0.1791	0.2328	0.1274
2	0.2856	0.0434	0.7570	0.2180	0.3418	0.5123	0.1878	0.1626	0.5467	0.5311
3	0.8388	0.0542	0.2689	0.9294	0.3699	0.8451	0.8421	0.1462	0.6606	0.8995
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	0.3740	0.3713	0.0713	0.4579	0.1509	0.5765	0.5980	0.2007	0.7033	0.3261
6	0.3569	0.2234	0.0042	0.0831	0.8953	0.3745	0.0017	0.4876	0.2399	0.4154
7	0.5159	0.3910	0.7252	0.4064	0.6236	0.2521	0.3388	0.7246	0.0576	0.2264
8	0.7359	0.7044	0.4782	0.6816	0.8096	0.2731	0.1528	0.2658	0.0175	0.7280
9	0.4433	0.3833	0.3530	0.6375	0.5154	0.7497	0.2554	0.6753	0.0824	0.7472
10	0.0248	0.4680	0.5300	0.2848	0.5106	0.4246	0.7203	0.2828	0.5592	0.0992
11	0.1839	0.1193	0.3918	0.5902	0.2595	0.5201	0.2541	0.6091	0.7106	0.3941
12	0.3102	0.3925	0.1102	0.6264	0.3825	0.2623	0.0091	0.2645	0.3779	0.2964
13	0.6627	0.3015	0.5225	0.0100	0.4080	0.6954	0.2019	0.1386	0.2721	0.1038
14	0.8023	0.7440	0.8696	0.2029	0.3847	0.3568	0.7010	0.4498	0.1714	0.1655
15	0.1172	0.0655	0.1720	0.4505	0.1336	0.5909	0.5115	0.4346	0.0768	0.7465
16	0.5480	0.3868	0.3700	0.4843	0.2625	0.6271	0.2486	0.1994	0.2083	0.1433
17	0.0695	0.8037	0.3360	0.0969	0.0533	0.5288	0.1187	0.0497	0.1791	0.0511
18	0.3808	0.4844	0.7843	0.6143	0.2474	0.0414	0.3925	0.7027	0.0060	0.5177
19	0.2459	0.0996	0.3147	0.5016	0.0365	0.5728	0.5723	0.6532	0.4849	0.8294
20	0.5058	0.1346	0.5329	0.0464	0.6934	0.2522	0.1109	0.6021	0.0947	0.7309
قيم المعلمات التصاميم	دالة الخسارة									
	k_1= -0.06 k_2=2	k_1= -0.17 k_2=4	k_1=0.31 k_2=3.5	k_1= 0.31 k_2=4	k_1=0.19 k_2=2	k_1= -0.23 k_2=3.5	k_1=0.22 k_2=2	k_1= 0.38 k_2=2.5	k_1= -0.13 k_2=2	k_1= 0.68 k_2=4
1	0.1675	0.5362	0.2810	0.3679	0.3803	0.2080	0.2898	0.5253	0.2088	0.2175
2	0.0140	0.0192	0.2213	0.5665	0.5836	0.1004	0.1154	0.1694	0.1755	0.2766
3	0.5631	0.6494	0.6442	0.7823	0.5438	0.0346	0.6668	0.7847	0.0033	0.2985
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	0.5227	0.1216	0.0011	0.3556	0.1352	0.4944	0.1523	0.1564	0.4052	0.6861
6	0.4549	0.4042	0.5644	0.8570	0.8623	0.6482	0.6740	0.0611	0.5131	0.5276
7	0.4904	0.3748	0.7735	0.8621	0.1272	0.4212	0.2848	0.0481	0.0969	0.6705
8	0.1309	0.6179	0.3557	0.7202	0.1055	0.6599	0.1188	0.2796	0.4528	0.0521
9	0.5722	0.4013	0.0273	0.8142	0.1715	0.5722	0.5885	0.7552	0.0945	0.5224
10	0.0103	0.1766	0.1625	0.1951	0.6846	0.2223	0.1309	0.3552	0.4342	0.6506
11	0.1834	0.1918	0.2012	0.2572	0.0866	0.1077	0.0671	0.0176	0.3331	0.3997
12	0.1863	0.5777	0.3156	0.6551	0.4349	0.0810	0.5030	0.5126	0.1246	0.2756
13	0.0782	0.7242	0.6834	0.4224	0.8245	0.8201	0.0928	0.5064	0.0707	0.7664
14	0.0147	0.5188	0.1718	0.5158	0.2047	0.2832	0.9021	0.4866	0.8292	0.6425
15	0.5203	0.2221	0.7637	0.3737	0.4353	0.7904	0.0911	0.3261	0.6827	0.1048
16	0.3247	0.1086	0.0728	0.5421	0.0653	0.0097	0.2688	0.6104	0.7013	0.4397
17	0.4373	0.0217	0.7309	0.6862	0.1577	0.0567	0.4524	0.8377	0.1001	0.6897
18	0.1196	0.5669	0.6725	0.5010	0.0121	0.6544	0.2800	0.5160	0.4435	0.0299
19	0.0089	0.0895	0.5533	0.7539	0.0203	0.4270	0.0901	0.3942	0.1289	0.4213
20	0.2122	0.139	0.2463	0.4064	0.6000	0.2703	0.0149	0.7703	0.0573	0.0852

من الجدول أعلاه نجد أن

أ- قيمة دالة الخسارة إلى التصميم الرابع عند كافة متجهات القيم التقديرية لمعلمات أنموذج (Streeter-Phelps) مساوية إلى الواحد الصحيح هذا يعني أن مقدار الخسارة الذي يساوي (1- قيمة دالة الخسارة) سيكون مساوياً إلى الصفر في التصميم الرابع عند جميع متجهات القيم التقديرية للمعلمات أي لا توجد خسارة في المعلومات (الكفاءة) عند اختيار التصميم الرابع مقارنة بالتصميم الذي يحقق معيار أمثل – D أي بعبارة اخرى إن التصميم الرابع هو التصميم الذي سيحقق معيار أمثل – D .

ب- التصميم الرابع (0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72) كما يتضح يمثل مشاهدات سحب (6) عينات (قناني) من مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة عند أعلى قيمة للمتغير التوضيحي (أعلى سرعة تدفق) والبالغة (0.72) هو التصميم الذي حقق معيار أمثل – D [اصغر قيمة محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps] عند كافة متجهات القيم التقديرية لمعلمات الأنموذج لكل تصميم من التصاميم مما يشير إلى حصانة معيار تصميم أمثل – D بالنسبة إلى قيم المعلمات غير المعروفة.

ت- عدم تحديد شكل إتجاه عام (زيادة او نقصان) بالنسبة إلى قيم دالة الخسارة بالنسبة إلى كافة التصاميم عند قيمة كل متجه من متجهات القيم التقديرية لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps إنما تتذبذب قيمها بشكل عشوائي ضمن مدى قيم دالة الخسارة (0-1).

ث- عدم وضوح شكل إتجاه التغير في قيم دالة الخسارة لكل تصميم من التصاميم عند مختلف القيم لمتجهات المعلمات التقديرية لأنموذج Streeter-Phelps إنما تنتشر قيم دالة الخسارة لكل تصميم بشكل عشوائي ضمن المدى الذي تأخذه دالة الخسارة (0-1).

ج- في الأقل هناك (3) متجهات أي مانسبته (15%) من متجهات القيم التقديرية لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps عند كل تصميم من التصاميم قيم دالة الخسارة أو كفاءة التصاميم غير المثلى لها بالنسبة إلى تصميم أمثل – D اكثر من 50% (التصميم الاول) .

ح- عند كل تصميم من التصاميم هناك على الأكثر (13) متجه أي مانسبته (65%) من متجهات القيم التقديرية لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps عند كل تصميم من التصاميم قيم دالة الخسارة او كفاءة التصاميم غير المثلى لها بالنسبة إلى تصميم أمثل – D تزيد على 50% .

خ- 60% من التصاميم عند متجه قيم المعلمات التقديرية $\begin{pmatrix}\hat{k}_1=0.31\\ \hat{k}_2=4\end{pmatrix}$ لأنموذج Streeter-Phelps كانت قيمة دالة الخسارة لها أكثر من (0.5) أي أن مقدار الخسارة او النقص في كفاءة هذه التصاميم غير المثلى بالنسبة إلى تصميم أمثل – D أقل من 50% .

د- (15%-20%) من التصاميم فقط عند متجهات القيم التقديرية لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps الآتية:

$$\begin{pmatrix}\hat{k}_1=-0.13\\ \hat{k}_2=2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\hat{k}_1=-0.06\\ \hat{k}_2=2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\hat{k}_1=0.24\\ \hat{k}_2=2\end{pmatrix}$$

كانت قيمة دالة الخسارة لها أكثر من 50% اي أن (85%-80%) من التصاميم عند قيم متجهات المعلمات التقديرية المذكورة انفاً كان مقدار الخسارة في المعلومات أو النقص في كفاءة هذه التصاميم بالنسبة إلى تصميم أمثل – D أكثر من نصف المعلومات (أكثر من 50% من المعلومات).

مما سبق في دراستنا يتضح أن مقدار الخسارة أو مقدار النقص في كفاءة التصاميم يعتمد عموماً على القيمة التقديرية لمعلمة تركيز الأوكسجين الذائب (k_2) فعندما تكون القيمة التقديرية للمعلمة في حدها الأعلى $(\hat{k}_2=4)$ يكون مقدار الخسارة أو النقص في كفاءة تصميم معين أقل من (0.5) أي سنحصل على تصاميم بكفاءة أكثر من 50% بالنسبة إلى تصميم أمثل – D لهذا المتجه من المعلمات المقدرة ، في حين إذا كانت القيمة التقديرية للمعلمة في حدها الأدنى $(\hat{k}_2=2)$ سيكون مقدار الخسارة أو النقص في كفاءة التصميم أكثر من (0.5) أي كفاءة التصاميم عند هذه المعلمة المقدرة ستنخفض إلى أقل من 50% بالنسبة إلى تصميم أمثل – D .

إن هذا السلوك يعود إلى ارتفاع نسب تركيز الأوكسجين الذائب في مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة في العراق عن النسب المحددة دولياً من قبل المنظمات المهتمة بالتنمية المستدامة والمحافظة على البيئة إذ لا تتجاوز هذه النسبة 6% في أسوء الظروف مما يعني ضرورة الاهتمام بمعاملة مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة في العراق بشكل يؤدي إلى جعل هذه النسب ضمن الحدود الدولية المقبولة قبل طرحها الى مياه الأنهار للمحافظة على صحة الإنسان .

ثالثاً : حساب قيم دالة المخاطرة (Risk-Function) على وفق الصيغة (7-9) عند كل تصميم من التصاميم البالغ عددها (20) تصميماً بافتراض أن قيم متجهات المعلمات التقديرية لمتطلبات الأوكسجين الحيوية وتركيز الأوكسجين الذائب لكل تصميم تمثل قيم مشاهدات عينة عشوائية مختارة من مجتمع يتبع توزيع طبيعي ثنائي (Bivariate Normal Distribution) بمتجه متوسطات $\begin{pmatrix}\hat{\mu}_{k_1}=0.219\\ \hat{\mu}_{k_2}=3.275\end{pmatrix}$

ومصفوفة تباين وتباين مشترك هي $\begin{pmatrix} \hat{\sigma}^2_{k_1} = 0.081 & \hat{\sigma}_{k_1k_2} = 0.041 \\ \hat{\sigma}_{k_1k_2} = 0.041 & \hat{\sigma}^2_{k_2} = 0.723 \end{pmatrix}$ والنتائج التي حصلنا عليها موضحة في الجدول أدناه :

جدول (8-6)
قيم دالة المخاطرة لكل تصميم من التصاميم

التصاميم	قيم المتغير التوضيحي						دالة المخاطرة
	1	2	3	4	5	6	
1	0.56	o.56	0.56	0.56	0.56	0.56	2.792411
2	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	2.84517
3	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	5.345818
4	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	10.19552
5	0.64	0.64	0.64	0.64	0.64	0.64	3.853262
6	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	4.49396
7	0.69	0.72	0.56	0.7	0.69	0.7	3.82053
8	0.65	0.7	0.56	0.65	0.64	0.7	4.057542
9	0.7	0.65	0.56	0.72	0.65	0.7	4.752436
10	0.7	0.56	0.72	0.56	0.56	0.7	3.428554
11	0.56	0.56	0.72	0.56	0.7	0.64	2.907863
12	0.7	0.65	0.64	0.56	0.7	0.64	3.539776
13	0.72	0.65	0.64	0.65	0.72	0.69	4.220395
14	0.69	0.7	0.69	0.65	0.72	0.69	4.601094
15	0.69	0.65	0.64	0.64	0.72	0.69	3.979948
16	0.65	0.69	0.69	0.65	0.56	0.56	3.695368
17	0.65	0.65	0.72	0.56	0.7	0.72	3.516728
18	0.72	0.64	0.7	0.65	0.65	0.72	3.782402
19	0.7	0.65	0.7	0.7	0.56	0.64	3.354216
20	0.7	0.69	0.69	0.64	0.56	0.7	2.841414

من الجدول أعلاه يتضح أن التصميم الرابع (0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72, 0.72) يقابل أعظم قيمة لدالة المخاطرة أي أن التصميم الرابع يمثل أيضاً تصميم أمثل – D بأقل مخاطرة يليه في الترتيب بالنسبة إلى دالة المخاطرة التصميم الثالث (0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7) لكونه يقابل ثاني أعلى قيمة لدالة المخاطرة.

من الضرورة الإشارة إلى أن التشابه في ترتيب التصميم الرابع والثالث بالنسبة إلى كفاءة التصميم وإلى معيار دالة المخاطرة يرجع إلى عامل الصدفة فقط إذ ليس من الضروري أن يكون التصميم الذي يحقق معيار أمثل – D هو التصميم بأقل مخاطرة وما يؤكد ذلك هو اختلاف ترتيب التصاميم الأخرى بالنسبة إلى المعيارين المذكورين (كفاءة التصميم ، دالة المخاطرة) لإعتماد دالة المخاطرة على القيم الإحتمالية التي يأخذها متجه المعلمات المقدرة لكل تصميم وبشكل عام نلاحظ انخفاض قيم دالة المخاطرة للتصاميم غير المثلى بالنسبة إلى تصميم أمثل – D على الرغم من أن كفاءة هذه التصاميم بالنسبة إلى تصميم أمثل – D مرتفعة كما مذكور في الجدول (8-3)انفاً.

9- الاستنتاجات

يمكن ادراج اهم الاستنتاجات التي تم التوصل اليها من الدراسة

1. **من البيانات التي حصلنا عليها من مشروع الرستمية / التوسيع الثالث المتعلقة بنسب تركيز الأوكسجين الذائب (DO) ومتطلبات الأوكسجين الحيوية (BOD) في مياه المجاري والمخلفات المائية للصناعة في مدينة بغداد يتضح أن مؤشرات الحياة المائية بعيدة عن مؤشرات الحياة المائية العالمية.**
2. **ان إعتماد الطرائق العلمية في تقدير القيم الأولية لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps أدى إلى حصول تقارب بعد عدد قليل من الدورات (خمس دورات) للوصول إلى القيم النهائية لتقديرات المعلمات.**
3. **من بيانات الدراسة نستنتج ان التصميم الذي حقق معيار أمثل – Dاي أعطى أقل محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك لتقديرات المعلمات لمعادلات أنموذج Streeter-Phelps هو التصميم بحجم (6) مشاهدات عند أعلى سرعة تدفق مدروسة (.72,.72,.72,.72,.72,.72).**

4. إن كفاءة التصميم (.72,.72,.72,.72,.72,.72) الذي حقق معيار أمثل – D بالنسبة إلى البيانات المدروسة كانت (92%) نسبة إلى تصميم امثل – D بحجم (6) مشاهدات الذي حصلنا عليه بإسلوب البحث الشامل لجميع نقاط فضاء التصميم للمتغير التوضيحي (0.55-0.75) المشمول بالدراسة.
5. قيمة دالة المخاطرة لتصميم أمثل – D (.72,.72,.72,.72,.72,.72) كانت أعلى قيمة من بين قيم دوال المخاطرة لجميع التصاميم التي تم بناءها للمتغير التوضيحي (سرعة التدفق) أي أن التصميم المذكور أنفاً هو تصميم أمثل – D بأقل مخاطرة.
6. من خلال عناصر وقيم محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك لمعلمات أنموذج Streeter-Phelps التي تم الحصول عليها عند التصاميم بحجم (6) مشاهدات وبسرع التدفق التي يمكن ان يأخذها المتغير التوضيحي (0.50-1) نستنتج أن أفضل تقدير للمعلمات يمكن الحصول عليه عند أقصى سرعة تدفق ممكنة من الأنبوب وهي (100%) لإمتلاكه اقل قيمة محدد مصفوفة التباين والتباين المشترك.

10- المصادر

1. الجبوري ، غياث حميد مجيد " استخدام التصميم الامثل – D لتجارب القطاعات غير الكاملة المتزنة بنفس المعلمات " ، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد للعام 2006 .
2. الموسوي ، كاظم جواد كاظم " الامثلية لتصاميم القطاعات غير الكاملة " ، اطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد للعام 1996 .

3. A. C. Atkinson, A. N. Donev, and R. D. Tobias, (2007) "Optimum Experimental Designs with SAS " , OXFORD STATISTICAL SCIENCE SERIES . 34 .
4. Douglas C. Montgomery, (2001) " Design and Analysis of Experiments " , ARIZONA STATE UNIVERSITY .
5. E.A. CASMAN , (1986) " A robust version of classical D- optimal design applied to dissolved-oxygen sag-curve calibration " , Integrated Design of Hydrological Networks (Proceedings of the Budapest Symposium) , IAHS Publ.no.158 .
6. Enrique del Castillo , (2007) " Process Optimization (A Statistical Approach) ", INTERNATIONAL SERIES IN OPERATIONS RESEARCH AND MANAGEMENT SCIENCE.
7. Timothy Hugh Waterhouse , B.Sc. (Hons) , 2005 " OPTIMAL EXPERIMENTAL DESIGN FOR NONLINEAR AND GENERALISED LINEAR MODELS " , ATHESIS SUBMITTED TO THE UNIVERSITY OF QUEENSLAND .

……
……
……