Warith Scientific Journal

مقارنة طريقة المربعات الصغرى مع طريقة المربعات الصغرى الموزونة في تقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي مع تطبيق عملي

Comparison of the Least Squares Method with the Weighted Least Squares Method in estimating the reliability function of the Half-normal distribution with a practical application

مصطفى طالب عبد علي
Mustafa Tilb Abd Ali
كلية الادارة والاقتصاد /جامعة كربلاء
College of Administration and Economics
University of Karbala
Talibmustafa681@gmail.com

ا.د. عواد كاظم شعلان الخالدي
Dr. Awad Kazem Shaalan Al-Khalidi
كلية الادارة والاقتصاد /جامعة كربلاء
College of Administration and
University of Economics Karbala
alkhalidyawad16@gmail.com

المستخلص

ان الهدف الرئيسي في هذا البحث هو اختيار افضل طريقة لتقدير دالة المعولية للتوزيع النصف الطبيعي (Half-normal Distribution) كأنموذج للفشل لطريقتين الاولى طريقة المربعات الصغرى (LS) ((Least Square Method)والثانية طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Least Square Weighted Method)وقد تم استعمال اسلوب محاكات (Monte-Carlo) للمقارنة بين الطريقتين واخذ عينات بحجوم مختلفة n = 20 ,50,75,250 وقد تم اختبار حسن المطابقة للبيانات التي تمثل اوقات الفشل لبعض مكائن الشركة العامة للصناعات الكهربائية وقد تم استخدام المعايير الاحصائية متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكميلي (IMSE) ومن ثم الوصول للطريقة الفضلى بين الطريقتين المستخدمة في تقدير معولية التوزيع النصف طبيعي (HN) .

الكلمات المفتاحية /المربعات الصغرى،المربعات الصغرى الموزونة ،التوزيع النصف طبيعي ،المعولية .

Abstract

The main objective in this research is to choose the best method for estimating the reliability function of the half-normal distribution as a failure model for two methods, the first is the Least Square Method (LS) and the second is the Least Square Weighted Method. The simulation method (Monte-Carlo) was used to compare the two methods and samples of different sizes n = 20, 50, 75, 250 were tested. The good conformity of the data representing the failure times of some of the machines of the General Company for Electrical Industries was tested, and the statistical criteria of the average square error (MSE) were used. And mean squares supplementary error (IMSE), and then reach the best method between the two methods used in estimating the reliability of the half-normal distribution (HN).

Keywords: least squares, weighted least squares, semi-normal distribution, reliab

1- المقدمة

ان موضوع المعَولية وتطبيقاتها له اهمية كبيرة في الحياة العملية للانسان عن طريق دراسة حالات الفشل للاجهزة والمعدات التي لها علاقة بحياتنا اذ انها تقلل من كلفة الصيانة لتلك الاجهزة والمعدات ،ولا سيما ان التطور الذي يشهده العالم في حقول العلم والتكنولوجيا ادى الى ظهور الكثير من الاجهزة الالكترونية والمعدات والمكائن المعقدة التي تستعمل في مجالات متعددة مثل الطب والهندسة والصناعة ،وحقول الاتصالات والملاحة الفضائية وغيرها.ان هذة الاجهزة قابلة للعطل وهذا من شأنة ان يوقف العمل بها ،مما يؤدي الى تزايد عمليات الادامة والصيانة وانخفاض الانتاج

ومن ثم الى خسائر مادية وضياع في الوقت وغيرها من الاضرارنتيجة توقف العمل ،لذلك فان قياس معولية (Reliability) اي جهازمن شأنة ان يكون اساس لتطوير معظم هذه الاجهزة وصيانتها ،وعلية تعرف المعولية بانها "احتمال الانجاز لاي جزء من النظام في مدة زمنية معينة وتحت ظروف عمل خاصة".

وان نظرية المعولية ونظرية الفشل لهما خاصية واحدة وهي قياس أمد الحياة ،اي انهما تتشابهان في ايجاد طول العمر للكائنات الحية وغير الحية ومدة التشغيل والعمل بدون توقف او وفاة للماكنة او النظام او الكائنات الحية اما اختلاف المعولية عن البقاء فيكمن فى امثلية نظام المعولية المتعدد الاجزاء ،لان مثل هذه الامثلة تتمثل في عدد اجزاء هذا النظام ومواقعة ،وسهولة ايجاد البديل لهذه الاجزاء والمعالجة السريعة لها مايجعل هذا النظام امثل بينما في نظرية البقاء لايوجد مثل هذه الامثلة لان النظام عبارة عن كائن حي تكمن فيه الصعوبة والندرة في ترتيب اجزاءه لايصاله الى حالة الامثلية

وفي هذا البحث تم استعمال دالة التوزيع النصف طبيعي (HN) في تقدير دالة المعولية باستخدام طريقتين الاولى طريقة المربعات الصغرى والثانية طريقة المربعات الصغرى الموزونة والمقارنة بين الطريقتين لمعرفة ايهما الافضل باستعمال المعايير الاحصائية متوسط مربعات الحظأ(MSE)ومتوسط مربعات الخطأ التكميلي (IMSE) ومن ثم تطبيق الطرقة الفضلى في تقدير دالة المعولية للل توزيع النصف طبيعي باستعمال عينة لبينات حقيقية متمثلة بعينة بحجم 67 تمثل المحركات الكهربائية لحين حصول الفشل في هذه الاجهزة خلال فترة الضمان بعد البيع.

2-منهجية البحث

2-1 مشكلة البحث

تتلخص مشكلة البحث في افضل طريقة لتقدير دالة المعولية للتوزيع النصف طبيعي (طريقة المربعات الصغرى ام طريقة المربعات الصغرى الموزونة) والمقارنة بينهما .

2-2 هدف البحث

فان هدف البحث هو تقدير دالة المعولية للتوزيع النصف طبيعي بطريقة المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة واستعمال الطريقة الفضلى من خلال استخدام المعيار الاحصائي متوسط مربعات الحطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكميلي (IMSE) . ومن ثم استعمال افضل طريقة حصلنا عليها نتائج الجانب التجريبي وتطبيقها لتقدير دالة المعولية لمكائن الشركة العامة للصناعات الكهربائية .

2-3 هيكلية البحث

تم تقسيم البحث الى ثلاثة مباحث الاول الجانب النظري والثاني الجانب التجريبي للبحث اما الثالث احتوى الجانب العملي وقد ختم البحث بالاستنتاجات والتوصيات .

المبحث الاول:الاطار النظري للبحث

3-تمهيد

تدعى العملية التي يتم بواسطتها الاستنتاج حول مجتمع ما بالاعتماد على النتائج المستخرجة من العينة المسحوبة من ذلك المجتمع بعملية الاستدلال الاحصائي وتعد هذه العملية من اهم فروع علم الاحصاء لاهميتها البالغة في معرفة وتحديد اهم خصائص المجتمع قيد الدراسة وقد تضمن المبحث عدة موضوعات منها تعريف المعولية ومن ثم خصائص دالة المعولية وايضا مفهوم الدالة التجمعية للفشل وخصائصها وتقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي بطريقة المربعات الصغرى وطريقة المربعات الصغرى الموزونة .

والذي يمكن تعريفة انة "ايجاد قيمة عددية واحدة تستعمل لتقدير معلمة المجتمع المناظر "وهو الاسلوب الستخدم في هذا البحث .

3-1تعريف المعولية (Reliability) [7] [2] وهي احتمال فشل النظام او الماكنة بالعمل خلال فترة زمنية هي [0,t] وان دالة المعولية والتي يرمز لها بالرمز R(t) هي دالة غير سالبة مستمرة رتيبة ،متناقصة وقيمتها تقع بين [0,1] الصفر والواحد الصحيح

امالصيغة الرياضيةهي

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt \quad \text{.....(1)}$$

كما ان مجموع كل من دالة المعولية ودالة الكثافة التجميعية للفشل F(t) (CDF) يساوي للواحد الصحيح ومن دوال الفشل ايضاً دالة الكثافة للفشل (Failure Density Function) والتي تعرف كالاتي :

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\rho(t<T<t+\Delta t)}{\Delta t} \quad \text{.....(2)}$$

هذه الدالة لها خصائص دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) وكذلك يعد متوسط الفترة الزمنية حتى حدوث الفشل Mean Time (To Failure) هو من دوال الفشل وهو عبارة عن القيمة المتوقعة لوقت فشل النظام قبل حدوث العطل والذي من الممكن استخراجة بدلالة دالة المعولية مباشرة كما موضح كالاتي: [1]

$$E(t) = \int_{d0}^{\infty} t\, f(t)\ dt \quad \text{.....(3)}$$

$$= -\int_0^{\infty} tR'(t)dt \quad \text{..... (4)}$$

ويمكن البرهنة باستخدام التكامل بالتجزئة بان :

$$E(t) = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad \text{... ... ...(5)}$$

ومن الدوال الفشل الاخرى هي معدل الفشل (Failure Rate) وتسمى ايضاً دالة المخاطرة (Hazard Rate) وهي احتمال فشل النظام (الماكنة) خلالالفترة $[t, t+\Delta t]$ ،علماً بان الماكنة تعمل (لم تفشل) حتى الوقت t ، ورياضياً فان دالة المخاطرة h(t) تعطى بالصيغة الاتية

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R(t)_R(t+\Delta t)}{R(t).\Delta t} \quad \text{.....(6)}$$

$$= -\frac{R\prime(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \text{.....(7)}$$

2-3 التوزيع النصف طبيعي Half Normal Distribution (HN) [5] [6]

ان التوزيع النصف طبيعي له ماض متناثر ولكنه متعدد يعود تاريخه الى اواخر الاربيعينات من القرن الماضي ، على الرغم من فشلة في ان يصبح نقطة محورية للبحوث الكبيرة حتى الستينات . ويعد التوزيع كحالة خاصة مشتقة من التوزيع الطبيعي (Normal Distribution) التي تكون فيها المتغير العشوائي ذو قيمة موجبة دائما ، وقد تم استخدام التوزيع نصف الطبيعي لدراسة الظواهر المختلفة ،بما في ذلك الانحرافات في تصنيع اجزاء السيارات ،وقد تم استخدامه كأداة نمذجة في بعض المجالات كالاقتصاديات والصناعة وعلم وظائف الاعضاء ومراقبة الجودة . كما تم استخدام التوزيع النصف طبيعي في احصائيات بايز كتوزيع مسبق للانحرافات المعيارية لبعض التوزيعات . يعتبر التوزيع نصف الطبيعي ذو تناقص ناعم مع ذيول"رقيقة"،بمعنى ان دالة كثافة الاحتمالية تنخفض بشكل كبير للقيم الكبيرة من X . ويمكن ملاحظة هذا السلوك بشكل دقيق من الناحية الكمية من خلال تحليل دالة (المعولية) للتوزيع . قد يتم الاشارة الى التوزيع النصف طبيعي على انه توزيع طبيعي مطوي او مبتور من اليسار وان دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) للتوزيع النصف الطبيعي (HN) ذو المعلمة (θ) لها الصيغة التالية:

$$f(x,\theta) = \frac{2}{\pi}\,\theta\, e^{-\frac{x^2\theta^2}{\pi}} \quad ، \quad x > 0 \,،\theta > 0 \quad \text{... ... ...(8)}$$

حيث ان θ معلمة القياس للتوزيع.

$$\int_0^{\infty} f(x,\theta)\,dx = \int_0^{\infty} \frac{2}{\pi}\,\theta\, e^{-\frac{x^2\theta^2}{\pi}} dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

$$= \frac{2}{\pi}\,\theta \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2\theta^2}{\pi}} dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

وعلى فرض ان $y = \frac{x^2\theta^2}{\pi}$ فإن $x = (\frac{\pi\, y}{\theta^2})^{\frac{1}{2}}$ وبالتالي فإن $dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\theta\sqrt{y}}\,dy$ وبتعويض النتائج في المعادلة (10) نحصل على :

$$= \frac{2}{\pi}\,\theta \int_0^{\infty} e^{-y}\,\frac{\sqrt{\pi}}{2\theta\sqrt{y}}\,dy \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

وباجراء الاختصارات ينتج :

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} y^{-\frac{1}{2}} e^{-y}\,dy \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

ان نتيجة التكامل في المعادلة (12) والذي يمثل دالة كاما عبارة عن $\Gamma\frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$ اي ان:

$$= \int_0^{\infty} f(x,\theta)\,dx = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

والجدول ادناه يبين اهم الخصائص الاحصائية للتوزيع نصف الطبيعي HN :

جدول(3-1) أهم خصائص توزيعHN

Mean	$\frac{1}{\theta}$
Variance	$\frac{\pi-2}{2\theta^2}$
Skewness	$\frac{\sqrt{2}(4-\pi)}{(\pi-2)^{\frac{3}{2}}}$
Kurtosis	$\frac{3\pi^2-4\pi-12}{(\pi-2)^2}$
Median	$\frac{\sqrt{\pi}}{\theta} Inverce\ Erf[\frac{1}{2}]$
Quantile Function	$\frac{\sqrt{\pi}}{\theta} Inverce\ Erf[q]$
Reliability Function	$1 - Erf[\frac{\theta x}{\sqrt{\pi}}]$

Hazard Function	$\frac{2\theta\, e^{-\frac{x^2\theta^2}{\pi}}}{\pi Erf[\frac{\theta x}{\sqrt{\pi}}]}$

3-3 تقدير دالة المعولية لتوزيع نصف الطبيعي

سوف نتطرق في هذا البحث الى طريقتين لتقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي ، وبشكل عام تعتمد هاتين الطريقتين في التقدير على افتراض مفاده ان معلمة المطلوب تقديرها هي كمية ثابتة وليست متغيرة ومثل هذا التقدير يتم بالاعتماد على بيانات العينة المشاهدة فقط دون الحاجة الى معرفة معلومات مسبقة عن هذه المعالم والطريقتان هما طريقة المربعات الصغرى ، طريقة المربعات الصغرى الموزونة .

3-3-1 طريقة المربعات الصغرى(LS) Least Square Method [4]

تعد هذه الطريقة من الطرائق الواسعة الاستخدام في المشاكل الرياضية والهندسية ، وتعتمد على وجود علاقة بين متغيرين او اكثر . فاذا كان Y يمثل متغير الاستجابة و X هو المتغير المستقل فان:

$$Y = a + bX + e_i \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (14)$$

وعلية يمكن تعريف المقدر لهذه الطريقة بانه قيم معلمات انموذج الانحدار السيط $\hat{a}، \hat{b}$ المبينة في المعادلة (14) التي تجعل مجموع مربعات الخطأ في نهايته الصغرى .

$$Q(a، b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (15)$$

$$Q(a، b) = \sum_{i=1}^{n} S_i^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (16)$$

وان S_i تمثل كميات عشوائية مستقلة بوسط حسابي صفر وتباين معلوم وان مقدرات المربعات الصغرى للمعلمتين تمثل مقدرات غير متحيزة (Unbiased Estimators).

ومن الجدير بالذكر ان المقدر اللامعلمي لدالة التوزيع التجمعي (cdf) لا يتم حسابها هنا باستعمال القيم الافتراضية للمعلمات ويتم تقديرها باستعمال الطرائق اللامعلمية، وفي هذه الرسالة تم استعمال الصيغة الاتية لدالة التوزيع التجمعية:

$$\hat{F}(x_i) = \frac{i}{n+1} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (17)$$

إذ أن العدد الصحيح الموجب i يمثل مرتبة المشاهدة، وإن $\hat{F}(x_i)$هو تقدير غير متحيز لدالة التوزيع التجمعي (cdf)اي إن:

$$E[\hat{F}(x_j)] = F(x_j) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (18)$$

وبتعويض دالة التوزيع التجميعية لتوزيع HN فإن دالة مجموع مربعات الخطأ تكون بالصيغة الآتية :

$$Q = \sum_{i=1}^{n} [F(x_i) - \frac{i}{n+1}]^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (19)$$

وبتعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول التكعيبي من الصيغة (8) نحصل على:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \left[\text{Erf}[\frac{x_i\theta}{\sqrt{\pi}}] - \frac{i}{n+1}\right]^2 \quad \text{.....(20)}$$

وباشتقاق المقدار السابق بالنسبة الى المعلمة θ فان المعادلة الطبيعية ستكون على النحو الآتي:

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = 2\sum_{i=1}^{n} \left[\text{Erf}[\frac{x_i\hat{\theta}}{\sqrt{\pi}}] - \frac{i}{n+1}\right] \left[\frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta}\right] \quad \text{.....(21)}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = 2\sum_{i=1}^{n} \left[\text{Erf}[\frac{x_i\hat{\theta}}{\sqrt{\pi}}] - \frac{i}{n+1}\right] \left[\frac{2e^{-\frac{x_i^2\hat{\theta}^2}{\pi}}x_i}{\pi}\right] = 0 \quad \text{... ... ...(22)}$$

وبحل المعادلة اعلاه عدديا بطريقة نيوتن رافسون نجد قيمة المقدر $\hat{\theta}_{LS}$ ويمكن ايجاد مقدر دالة المعولية $\hat{R}_{LS}$ عن طريق التعويض عن قيمة $\hat{\theta}$ في المعادلة الخاصة بدالة المعولية لتوزيع النصف طبيعي وبذلك يكون مقدر المربعات الصغرى لدالة المعولية هو:

$$\hat{R}_{LS}(x_i) = 1 - Erf\left[\frac{\hat{\theta}_{LS}x_i}{\sqrt{\pi}}\right] \quad \text{... ... ...} \quad (23)$$

2-3-3 طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Square Method(WLs [4]

مقدرات طريقة المربعات الصغرى الموزونة تعتمد التقنية ذاتها الواردة بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية والفارق هو استعمال الوزن.

$$W_i = \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \quad \text{... ... ...(24)}$$

حيث يمكن صياغة معادلة مجموع مربعات الخطأ على النحو الآتي:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} W_i \left[F(x_i) - \frac{i}{n+1}\right]^2 \quad \text{... ... ...} \quad (25)$$

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\text{Erf}[\frac{x_i\theta}{\sqrt{\pi}}] - \frac{i}{n+1}\right]^2 \quad \text{... ... ...(26)}$$

وباشتقاق المقدار السابق بالنسبة الى المعلمة θ فان المعادلة الطبيعية ستكون على النحو الآتي:

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\text{Erf}[\frac{x_i\hat{\theta}}{\sqrt{\pi}}] - \frac{i}{n+1}\right] \left[\frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta}\right] \quad \text{.....(27)}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\text{Erf}[\frac{x_i\hat{\theta}}{\sqrt{\pi}}] - \frac{i}{n+1}\right] \left[\frac{2e^{-\frac{x_i^2\hat{\theta}^2}{\pi}}x_i}{\pi}\right] = 0 \quad \text{... ... .} \quad (28)$$

وبحل المعادلة اعلاه عدديا بطريقة نيوتن رافسون نجد قيمة المقدر $\hat{\theta}_{WLS}$ ويمكن ايجاد مقدر دالة المعولية $\hat{R}_{WLS}$ من خلال التعويض عن قيمة $\hat{\theta}$ في المعادلة الخاصة بدالة المعولية لتوزيع النصف طبيعي وبذلك يكون مقدر المربعات الصغرى الموزونة لدالة المعولية هو:

$$\hat{R}_{WLS}(x_i) = 1 - Erf\left[\frac{\hat{\theta}_{LS}x_i}{\sqrt{\pi}}\right] \quad \text{... ... ...} \quad (29)$$

4-3 اختبارات حسن المطابقة (Goodness of Fit Tests)

1-5-2 اختبار مربع كاي X^2 [3]

من اجل معرفة فيما اذا كانت البيانات تتوزع توزيعا النصف الطبيعي HN تم اختبارها وفق اختبار X^2 لحسن المطابقة الذي يعتبر من اكثر الاختبارات الاحصائية شيوعا واستخداما وذلك لاهميته البالغة ودقة نتائجه .

ان مبدا هذا الاختبار هو تحديد الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة فاذا كان الفرق صغير جدا يتحقق على ضوءه مطابقة البيانات للتوزيع المفترض , وان الصيغة الرياضية لاختبار X^2 يمكن توضيحها بالمعادلة الاتية :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (30)$$

المبحث الثاني : الاطار التجريبي للبحث

4- المقدمة

يتضمن هذا الفصل قسمين اساسيين، حيث يحتوي القسم الاول عرضا للنتائج التي تم الحصول عليها باستعمال اسلوب المحاكاة (مونتَّ كارلو) وذلك من اجل المقارنة بين طرائق تقدير دالة المعولية والقيام بتحليل تلك النتائج حيث تمت المقارنة على أساس احد المعايير الإحصائية وهو معيار مجموع مربعات الخطأ (MSE) (Mean Square Error) وبحسب هذا المعيار فان الطريقة التي تمتلك اقل مجموع مربعات أخطاء هي الأفضل. وتضمن مراحل نتائج المحاكاة الى:

المرحلة الأولى (مرحلة تعيين القيم الافتراضية)

تعد هذه المرحلة من المراحل الأساسية والمهمة التي تعتمد عليها المراحل الأخرى آلاتية من برنامج بناء تجربة المحاكاة، إذ يتم تعيين القيم الافتراضية الحقيقية وكما يأتي:

أولا: تحديد قيم افتراضية للمعلمة(θ)

تم اختيار قيم افتراضية للمعلمة والتي تتمثل بأخذ تجربتين لقيمة المعلمة وهي كالاتي:

$$A_1\ (\theta = 0.01)\ ،A_2\ (\theta = 0.1)$$

ثانياً : اختيار حجم العينة (n)

تم اختيار حجوم مختلفة للعينة بشكل يتناسب مع معرفة مدى تأثير حجم العينة مع دقة وكفاءة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير المستخدمة في هذه الدراسة فقد أخذت حجم عينة تتصف بالصغر وهي (n=20) وحجوم عينات متوسطة وهي (n=50,75) وأخذت حجوم عينة كبيرة وهي (n=100, 250) وحجم عينة كبير جدا (n=1000).

ثالثاً :- اختيار عدد تكرارات التجارب (N)

تم اختيار عدد مرات تكرار تجربة المحاكاة وهي (N=1000).

المرحلة الثانية : (مرحلة توليد البيانات)

في هذه المرحلة يتم توليد بيانات عشوائية من خلال معكوس الدالة التوزيعية لتوزيع HN وكما يأتي :

$$F(x) = Erf\left[\frac{\theta x}{\sqrt{\pi}}\right] \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (31)$$

وبافتراض u=F(x)

حيث إن u تمثل متغيراً عشوائياً مستمراً منتظماً ومعرفاً على الفترة (0,1) فأن الصيغة(3-1) تصبح كالأتي :

$$u = Erf\left[\frac{\theta x}{\sqrt{\pi}}\right] \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (32)$$

وبحل الصيغة بدلالة المتغير x ينتج:

$$x = \frac{\sqrt{\pi}}{\theta} Inverce\ Erf[u] \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (33)$$

المرحلة الرابعة (مرحلة المقارنة)

يتم في هذه المرحلة المقارنة بين المقدرات المستحصلة لدالة المعولية لتوزيع HN التي تم الحصول عليها من المرحلة الثالثة إذ تم استعمال معيارمتوسط مربعات الخطأ Mean square Error (MSE) لإجراء المقارنة حيث ان الطريقة الافضلى هي التي تمتلك اقل مجموع مربعات خطا. والصيغة العامة لهذا المعيار بالنسبة لدالة المعولية يمكن التعبير عنها بالصيغة الرياضية الاتية:

$$MSE[\hat{R}(t_j)] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{R}_i(t_j) - R_i(t_j)\right)^2, \quad j = 1,2,\dots\dots,n \quad \dots\dots\dots\dots\dots (34)$$

حيث ان:

$R_i(t_j)$ تمثل القيم الحقيقية (الافتراضية) لدالة المعولية لتوزيع HN.

$\hat{R}_i(t_j)$: تمثل القيم المقدرة لدالة المعولية لتوزيع HN حسب الطريقة المستخدمة للتقدير.

N: تمثل عدد تكرارات التجربة والمساوية الى (1000).

n: تمثل عدد مشاهدات التجربة (قيم t_j) او (حجم العينة).

وللوصول الى المقدر الأفضل لتقدير دالة البقاء ولكون (MSE) يحسب لكل (t_j) من الزمن فقد تمت المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة بواسطة المقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) الذي هو عبارة عن تكامل للمساحة الكلية لـ(t_j) واختزالها بقيمة واحدة معبرة عن الزمن الكلي وان صيغة هذا المقياس هي:

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{S}_i(t_j) - S_i(t_j)\right)^2] \quad \dots\dots\dots\dots\dots (35)$$

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} MSE[\hat{S}(t_j)] \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (36)$$

يشتمل القسم الثاني على تطبيق توزيع HN على بيانات حقيقية متمثلة بعينة بحجم 67 تمثل المحركات الكهربائية لحين حصول الفشل في هذه الأجهزة خلال فترة الضمان بعد البيع وللفترة من (1/1/2011) لغاية (1/1/2012) ،ونلاحظ أن هذه البيانات تحتوي على تذبذب، وتم الحصول على هذه البيانات من سجلات الشركة العامة للصناعات الكهربائية /قسم المبيعات.

جدول (4-1) دوال المعولية الافتراضية والمقدرة ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وحجوم العينات كافة للتوزيع النصف الطبيعي HN Distribution عندما $\theta = 0.01$

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_WLS	R_ LS	MSE_WLS	MSE_LS	
	11.3111	0.3668	0.3643	0.3668	0.0084	0.0091	
	11.4081	0.3627	0.3604	0.3628	0.0084	0.0091	
	13.2082	0.2919	0.2923	0.2950	0.0082	0.0088	

20	14.1454	0.2591	0.2608	0.2637	0.0079	0.0084	
	15.5990	0.2133	0.2173	0.2203	0.0072	0.0076	
	15.7577	0.2087	0.2129	0.2159	0.0071	0.0075	
	16.3600	0.1918	0.1969	0.1999	0.0067	0.0071	
	16.9678	0.1758	0.1818	0.1847	0.0084	0.0091	
	IMSE				0.00576	0.00623	**WLS**

تابع لجدول (1-4)

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_WLS	R_ LS	MSE_WLS	MSE_LS	
50	113.1110	0.3668	0.3336	0.3404	0.0044	0.0040	
	114.0810	0.3627	0.3295	0.3364	0.0044	0.0040	
	132.0820	0.2919	0.2599	0.2669	0.0041	0.0038	
	141.4540	0.2590	0.2281	0.2351	0.0039	0.0035	
	155.9900	0.2133	0.1847	0.1915	0.0034	0.0030	
	157.5770	0.2087	0.1804	0.1872	0.0033	0.0030	
	163.6000	0.1918	0.1647	0.1713	0.0031	0.0028	
	169.6780	0.1758	0.1499	0.1564	0.0028	0.0025	
	IMSE				0.00268	0.00293	**WLS**

تابع لجدول (1-4)

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_WLS	R_ LS	MSE_WLS	MSE_LS	
75	113.111	0.3668	0.3619	0.3616	0.0010	0.0011	
	114.081	0.3627	0.3578	0.3575	0.0010	0.0011	
	132.082	0.2919	0.2873	0.2871	0.0010	0.0011	
	141.454	0.2590	0.2547	0.2544	0.0010	0.0011	
	155.99	0.2133	0.2093	0.2091	0.0009	0.0010	
	157.577	0.2087	0.2048	0.2046	0.0009	0.0010	
	163.6	0.1918	0.1881	0.1879	0.0008	0.0009	
	169.678	0.1758	0.1723	0.1722	0.0008	0.0009	
	IMSE				0.00067	0.00073	**WLS**

تابع لجدول (1-4)

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_WLS	R_ LS	MSE_WLS	MSE_LS	
100	113.111	0.3668	0.3695	0.3723	0.0009	0.0011	
	114.081	0.3627	0.3654	0.3683	0.0009	0.0011	
	132.082	0.2919	0.2949	0.2979	0.0009	0.0011	
	141.454	0.2590	0.2621	0.2651	0.0009	0.0011	
	155.99	0.2133	0.2165	0.2194	0.0008	0.0011	
	157.577	0.2087	0.2119	0.2147	0.0008	0.0010	
	163.6	0.1918	0.1950	0.1978	0.0008	0.0010	
	169.678	0.1758	0.1790	0.1818	0.0007	0.0010	
	IMSE				0.00057	0.00075	**WLS**

تابع لجدول (4-1)							
n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_WLS	R_ LS	MSE_WLS	MSE_LS	
250	113.111	0.3668	0.3555	0.3582	0.0006	0.0006	
	114.081	0.3627	0.3514	0.3541	0.0006	0.0006	
	132.082	0.2919	0.2808	0.2834	0.0006	0.0006	
	141.454	0.2590	0.2481	0.2508	0.0006	0.0006	
	155.99	0.2133	0.2030	0.2055	0.0005	0.0005	
	157.577	0.2087	0.1984	0.2009	0.0005	0.0005	
	163.6	0.1918	0.1819	0.1843	0.0005	0.0005	
	169.678	0.1758	0.1662	0.1686	0.0005	0.0005	
	IMSE				0.00042	0.00039	LS

تابع لجدول (4-1)							
n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_WLS	R_ LS	MSE_WLS	MSE_LS	
1000	113.111	0.3668	0.3644	0.3643	0.0000	0.0000	
	114.081	0.3627	0.3603	0.3602	0.0000	0.0000	
	132.082	0.2919	0.2896	0.2895	0.0000	0.0000	
	141.454	0.2590	0.2567	0.2566	0.0000	0.0000	
	155.99	0.2133	0.2110	0.2109	0.0000	0.0000	
	157.577	0.2087	0.2064	0.2063	0.0000	0.0000	
	163.6	0.1918	0.1896	0.1895	0.0000	0.0000	
	169.678	0.1758	0.1737	0.1736	0.0000	0.0000	
	IMSE				0.00002	0.00001	LS

من الجدول (4-1) نلاحظ

1- ان تقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي باستخدام طريقتي المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة قد اظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه الدالة للانموذج الاول عندما $\theta = 0.01$ ولكافة احجام العينات المفترضة ،فضلاً عن ذلك نلاحظ ان متوسطات تقديرات دالة المعولية بالطريقتين كانتا تقتربان من القيم الافتراضية لهذه الدالة بازدياد حجم العينة .

2- ان قيم متوسطات مربعات الخطأ MSE تكون متناقصة بازدياد حجم العينة ولكلا الطريقتين وهذا مايتوافق مع النظرية الاحصائية .

3- افضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة WLS في تقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي HN لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي IMSE عند احجام العينات (n=20,50,75,100) في حين كانت طريقة المربعات الصغرى LS الافضل لكل من احجام العينات (n=250,n=1000)

4- تقارب قيمتي متوسطات متوسطات مربعات الخطأ التكاملي IMSE للطريقتين التقديريتين مع وجود اختلاف بفارق بسيط مما يدل على ملأمتهما في تقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي .

5- افضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة في تقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي لامتلاكها اقل متوسطات مربعات حطأ تكميلي IMSE لثلاث من احجام العينات .

جدول 4-2 دوال المعولية الافتراضية والمقدرة ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطريقتي التقدير وحجوم العينات كافة للتوزيع النصف الطبيعي HN Distribution عند $\theta = 0.1$

n	ti	Reliability			MSE		BEST
		R-real	R-LS	R-WLS	MSE-LS	MSE-WLS	
20	1.034	0.9343	0.9247	0.9245	0.0005	0.0004	
	1.756	0.8886	0.8725	0.8722	0.0013	0.0012	
	2.978	0.8122	0.7858	0.7853	0.0035	0.0033	
	3.306	0.7920	0.7630	0.7625	0.0043	0.0040	
	3.367	0.7882	0.7588	0.7582	0.0044	0.0041	
	3.683	0.7689	0.7371	0.7365	0.0051	0.0048	
	3.851	0.7586	0.7258	0.7250	0.0055	0.0052	
	3.952	0.7525	0.7189	0.7182	0.00588	0.0054	
IMSE					0.007072	0.006626	wls

تابع جدول (4- 2)

n	ti	Reliability			MSE		BEST
		R-real	R-LS	R-WLS	MSE-LS	MSE-WLS	
50	1.034	0.9343	0.9344	0.9340	0.0000	0.0000	
	1.756	0.8886	0.8888	0.8881	0.0001	0.0001	
	2.978	0.8122	0.8127	0.8114	0.0003	0.0003	
	3.306	0.7920	0.7925	0.7911	0.0004	0.0004	
	3.367	0.7882	0.7887	0.7873	0.0004	0.0004	
	3.683	0.7689	0.7694	0.7679	0.0005	0.0004	
	3.851	0.7586	0.7593	0.7577	0.0005	0.0005	
	3.952	0.7525	0.7532	0.7515	0.0006	0.0005	
IMSE					0.001063	0.000937	WLS

تابع جدول (4-2)

n	ti	Reliability			MSE		BEST
		R-real	R-LS	R-WLS	MSE-LS	MSE-WLS	
75	1.034	0.9343	0.9357	0.9358	0.0000	0.0000	
	1.756	0.8886	0.8910	0.8911	0.0001	0.0001	
	2.978	0.8122	0.8163	0.8165	0.0002	0.0002	
	3.306	0.7920	0.7965	0.7967	0.0003	0.0003	
	3.367	0.7882	0.7928	0.7930	0.0003	0.0003	
	3.683	0.7689	0.7738	0.7741	0.0003	0.0003	
	3.851	0.7586	0.7638	0.7641	0.0003	0.0003	
	3.952	0.7525	0.7578	0.7581	0.0004	0.0004	
	IMSE				0.00072	0.000717	WLS

تابع جدول (4-2)

n	ti	Reliability			MSE		BEST
		R-real	R-LS	R-WLS	MSE-LS	MSE-WLS	
100	1.034	0.9343	0.9361	0.9359	0.0000	0.0000	
	1.756	0.8886	0.8916	0.8913	0.0001	0.0001	
	2.978	0.8122	0.8172	0.8167	0.0002	0.0002	
	3.306	0.7920	0.7975	0.7970	0.0002	0.0002	
	3.367	0.7882	0.7939	0.7933	0.0002	0.0002	
	3.683	0.7689	0.7750	0.7744	0.0003	0.0002	
	3.851	0.7586	0.7651	0.7644	0.0003	0.0002	
	3.952	0.7525	0.7591	0.7584	0.0003	0.0003	
	IMSE				0.000672	0.000533	WLS

تابع جدول (4-2)

n	ti	Reliability			MSE		BEST
		R-real	R-LS	R-WLS	MSE-LS	MSE-WLS	
250	1.034	0.9343	0.9355	0.9355	0.0000	0.0000	
	1.756	0.8886	0.8907	0.8907	0.0000	0.0000	
	2.978	0.8122	0.8157	0.8157	0.0001	0.0001	
	3.306	0.7920	0.7958	0.7958	0.0001	0.0001	
	3.367	0.7882	0.7921	0.7921	0.0001	0.0001	
	3.683	0.7689	0.7731	0.7731	0.0001	0.0001	
	3.851	0.7586	0.7631	0.7631	0.0001	0.0001	
	3.952	0.7525	0.7571	0.7570	0.0001	0.0001	
IMSE					0.00027	0.000231	WLS

تابع جدول (4-2)

n	ti	Reliability			MSE		BEST
		R-real	R-LS	R-WLS	MSE-LS	MSE-WLS	
1000	1.034	0.9335	0.9343	0.9341	0.0000	0.0000	
	1.756	0.8873	0.8887	0.8883	0.0000	0.0000	
	2.978	0.8100	0.8124	0.8117	0.0000	0.0000	
	3.306	0.7896	0.7922	0.7914	0.0000	0.0000	
	3.367	0.7857	0.7884	0.7876	0.0000	0.0000	
	3.683	0.7662	0.7691	0.7682	0.0000	0.0000	
	3.851	0.7559	0.7589	0.7580	0.0000	0.0000	
	3.952	0.7497	0.7528	0.7519	0.0000	0.0000	
IMSE					0.00009	0.00007	WLS

من الجدول (4- 2) نلاحظ:

1- ان تقديرات دالة المعولية للتوزيع النصف طبيعي باستخدام طريقتي المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة قد اظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذا الانموذج الاول عند $\boldsymbol{\theta = 0.1}$ ولكافة احجام العينات المفترضة ، كما نلاحظ ان المتوسطان التقديريان لدالة المعولية بالطريقتان اقتربا من القيم الافتراضية لهذة الدالة بازدياد حجم العينة .
2- ان قيم متوسطات مربعات الخطأ MSE كانتا متناقصتين بازدياد حجم العينة وللطريقتين وهذا ما يتوافق مع النظرية الاحصائية .
3- افضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة في تقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي IMSE عند جميع احجام العينات .
4- تقارب قيم متوسطات مربعات الخطأ التكاملي IMSE للطريقتين ولكافة احجام العينات والافضلية بينهما بفارق بسيط مما يدل على ملائمة الطريقتين في تقدير دالة المعولية للتوزيع النصف طبيعي .
5- افضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكميلي IMSE في تقدير دالة المعولية للتوزيع النصف طبيعي .

المبحث الثالث :الجانب التطبيقي

5- نبذة تعريفية

تأسست الشركة العامة للصناعات الكهربائية في 18/8/1965 ويكون موقعها ومركزها الرئيسي في محافظة بغداد / الوزيرية وتتمتع بالشخصية المعنوية والاستقلال المالي والإداري وممولة ذاتياً وتؤول ملكيتها للدولة وتهدف الشركة إلى الإسهام في دعم الاقتصاد الوطني من خلال إنتاج أجهزة ومعدات كهربائية لأجل بلوغ أعلى مستوى من النمو في العمل والإنتاج وكذلك لرفع مستويات الأداء الاقتصادي الوطني ، واهم الأنشطة الإنتاجية للشركة هي المحركات الكهربائية وأجهزة تكييف الهواء ، وتعمل الشركة على خطوات حديثة نحو الأمام بتنفيذ مشاريع جديدة ومستقبلية لإنتاج منتجات جديدة تسد متطلبات السوق المحلية مع الحصول على التكنولوجيا الحديثة لمواكبة التطور السريع في العالم حالياً .

5-1 جمع البيانات

جمعت البيانات من قبل الشركة العامة للصناعات الكهربائية / قسم المبيعات – فرع خدمات ما بعد البيع وقد تم اختيار عينة بحجم (67) تشمل المحركات الكهربائية لحين حصول الفشل في هذه الأجهزة خلال فترة الضمان بعد البيع من (1/1/2011) لغاية (1/1/2012) ، والجدول الاتي يوضح البيانات الحقيقية قيد البحث.

جدول (5-1) فترة عمل المحركات الكهربائية لحين حصول الفشل (بالايام).

98	81	30	24	19	11	2
100	82	69	61	46	40	32
108	84	124	25	20	13	5
110	86	71	62	51	41	33
117	90	73	27	21	14	6
119	91	129	63	52	42	34
120	92	74	28	22	15	9
	93	78	66	54	43	35
	97	79	29	23	18	10
	150	134	68	60	45	39

والجدول الاتي يبين ابرز احصاءات عينة البيانات الحقيقية:

جدول (5-2) احصاءات البيانات

Min	**2**
Mean	**58.015**
Variance	**1395.5**
Skewness	**0.4582**
Kurtosis	**2.2278**
Median	**52**
Max	**150**

2-5 اختبار البيانات

تم اختبار البيانات بواسطة برنامج ماثماتيكا لبيان ملائمتها للتوزيع موضوع البحث وكذلك حالاته الخاصة، وقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit) والذي يتضمن اربع اختبارات وهي (اختبار كاي سكوير ، اختبار كولوموكروف سميرنوف ، اختبار اندرسون دارلينج واختبار كرامر فون ميسس وبحسب الصيغ (15)، (16)،(17) و(18) الواردة في المبحث الاول.
وبحسب الفرضية الاتية:

$H_0 : t \sim HN$

$H_1 : t \nsim HN$

وتم حساب جميع النتائج الخاصة بالاختبارات بواسطة برنامج (Wolfram Mathematica) ويوضح الجدول (5-3) ادناه قيم اختبارات حسن المطابقة الوارد ذكرها انفا.

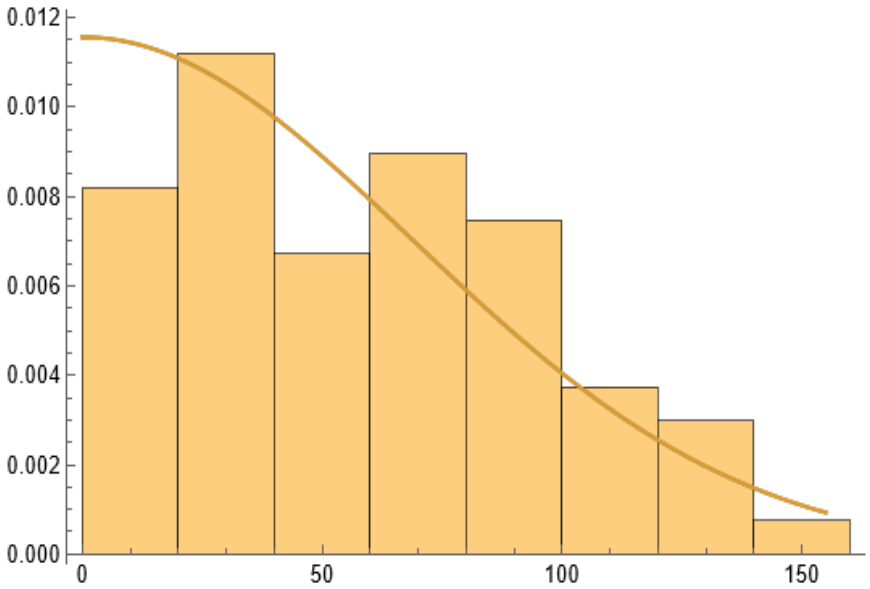
جدول (5-3) نتائج اختبارمدى ملائمة البيانات الحقيقية لتوزيع HN

TEST	STATISTIC	P-VALUE
ANDERSON-DARLING	0.819081	0.466704
CRAMÉR-VON MISES	0.131303	0.451931
KOLMOGOROV-SMIRNOV	0.093065	0.575096
χ^2	3.76119	0.926415

ومن خلال اختبارات فرضية العدم وحسب المعايير اعلاه وجدنا أن:

- تظهر نتائج اختبار فرضية العدم وحسب المعايير المذكورة قبول هذه الفرضية لتوزيع HN حيث نلاحظ أن قيمة P-Value كانت أكبر من 0.05 حيث بلغت (0. 926 حسب معيار $\mathcal{X}^2$) (0.467 حسب معيار A_d^*) و(0. 452 حسب معيار W_d^*) وكذلك الأمر بالنسبة الى احصاء الاختبار عند مقارنتها مع القيمة الجدولية ولمستوى معنوية 0.05.
- تم بعد ذلك تقدير معلمة التوزيع باستعمال طريقة المربعات الصغرى وحسب الصيغة (23) وقد تبين الاتي:
- أن القيمة المقدرة للمعلمة ($\hat{\theta} = 0.017$) كانت متوافقة مع القيم الافتراضية للمعلمات الموضحة في جانب المحاكاة.

والشكل التالي يبين دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع نصف الطبيعي ومدى ملائمتها للبيانات الحقيقية



شكل (5-1) دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع نصف الطبيعي ومدى ملائمتها للبيانات الحقيقية

3-5 تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية

بعد ان تبين من القسم التجريبي افضلية طريقة الامكان الاعظم في تقدير دالة المعولية لتوزيع نصف الطبيعي HN، تم تقدير دالة المعولية والدوال المرتبطة بها بواسطتها للبيانات الحقيقية وباستعمال برنامج (Wolfram Mathematica) تم الحصول على قيم مقدر دالة المعولية للبيانات كما مبينة في الجدول (5-4) ادناه

جدول (5-4) قيم مقدر دالة المعولية والدالة التوزيعية للبيانات الحقيقية

i	ti	pdf	CDF	R	h
1	2	0.011559	0.023123	0.976877	0.011832
2	5	0.010384	0.35718	0.64282	0.016154
3	6	0.011533	0.057766	0.942234	0.01224
4	9	0.010314	0.367529	0.632471	0.016307
5	10	0.01152	0.069293	0.930707	0.012377
6	11	0.010241	0.377807	0.622193	0.01646
7	13	0.011465	0.103776	0.896224	0.012793
8	14	0.010168	0.388011	0.611989	0.016614
9	15	0.011443	0.11523	0.88477	0.012933
10	18	0.009856	0.428067	0.571933	0.017233
11	19	0.011417	0.12666	0.87334	0.013073
12	20	0.009775	0.437883	0.562117	0.017389
13	21	0.01136	0.149439	0.850561	0.013356
14	22	0.009692	0.447616	0.552384	0.017546
15	23	0.011328	0.160783	0.839217	0.013498
16	24	0.009608	0.457266	0.542734	0.017703
17	25	0.011293	0.172093	0.827907	0.013641
18	27	0.009523	0.466832	0.533168	0.01786
19	28	0.011177	0.205803	0.794197	0.014073
20	29	0.009348	0.485703	0.514297	0.018177
21	30	0.011133	0.216958	0.783042	0.014218
22	32	0.009259	0.495007	0.504993	0.018335

23	33	0.011088	0.228069	0.771931	0.014364
24	34	0.008799	0.540164	0.459836	0.019136
25	35	0.01104	0.239133	0.760867	0.01451
26	39	0.008705	0.548916	0.451084	0.019298
27	40	0.01099	0.250148	0.749852	0.014657
28	41	0.008513	0.566134	0.433866	0.019622
29	42	0.010939	0.261113	0.738887	0.014804
30	43	0.007923	0.615453	0.384547	0.020604
31	45	0.010885	0.272024	0.727976	0.014952
32	46	0.007823	0.623326	0.376674	0.020769
33	51	0.010829	0.282881	0.717119	0.0151
34	52	0.007723	0.631099	0.368901	0.020934
35	54	0.010711	0.304422	0.695578	0.015399
36	60	0.007622	0.638771	0.361229	0.0211
37	61	0.010649	0.315103	0.684897	0.015549
38	62	0.007318	0.661182	0.338818	0.0216
39	63	0.010586	0.325721	0.674279	0.0157
40	66	0.007115	0.675616	0.324384	0.021935
41	68	0.010521	0.336274	0.663726	0.015851
42	69	0.007014	0.68268	0.31732	0.022103
43	71	0.0023	0.927675	0.072325	0.031807
44	73	0.00681	0.696504	0.303496	0.02244
45	74	0.006608	0.709922	0.290078	0.022778
46	78	0.002014	0.938451	0.061549	0.032727
47	79	0.006506	0.716479	0.283521	0.022948
48	81	0.006104	0.741698	0.258302	0.023631
49	82	0.006004	0.747752	0.252248	0.023802
50	84	0.001754	0.947862	0.052138	0.033651
51	86	0.005806	0.759561	0.240439	0.024146
52	90	0.005707	0.765318	0.234682	0.024318
53	91	0.005512	0.776536	0.223464	0.024664
54	92	0.005318	0.787365	0.212635	0.025011
55	93	0.004939	0.807877	0.192123	0.025709
56	97	0.004846	0.812769	0.187231	0.025884
57	98	0.004754	0.817569	0.182431	0.026059
58	100	0.004663	0.822278	0.177722	0.026235
59	108	0.004305	0.840208	0.159792	0.02694
60	110	0.001089	0.970285	0.029715	0.036638
61	117	0.004218	0.844469	0.155531	0.027117
62	119	0.004046	0.852732	0.147268	0.027472
63	120	0.003397	0.882461	0.117539	0.028902
64	124	0.003245	0.889103	0.110897	0.029262
65	129	0.002746	0.910042	0.089958	0.030529
66	134	0.002614	0.915401	0.084599	0.030894
67	150	0.002549	0.917982	0.082018	0.031076

يتبين من الجدول (5-4) الأتي:

1- ان العمود الرابع يمثل دالة المعولية R(t) وهي متناقصة بزيادة الزمن بصورة واضحة (اي تتناسب عكسيا مع الزمن) وهذا مايطابق سلوك هذه الدالة كونها متناقصة مع الزمن.

2- ان العمود الثالث يمثل قيم دالة الكثافة التجميعية CDF للفشل (اللامعولية) وهي متزايدة مع الزمن(اي تتناسب طرديا مع الزمن).

3- ان مجموع دالة المعولية R(t) ودالة الكثافة التجميعية CDF (اللامعولية) يساوي واحداً اي ان احدهما متمم للآخر.

6-الاستنتاجات والتوصيات

6-1 الاستنتاجات

1-ان تقدير دالة المعولية للتوزيع النصف الطبيعي (HN) باستخدام الطريقتين المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزون ولكافة احجام العينات المفترضة قد اظهرة متوسطات اقرب الى القيم الافتراضية .

2-المقدرين اظهرا نتائج متقاربة عند زيادة حجم العينة .

3-ان قيم المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) تتناقص بزيادة حجم العينة وهذ ينسجم مع النظرية الاحصائية والتي ظهرت من نتائج المحاكات للطريقتين .

4- اظهرت نتائج تجارب المحاكات للطريقتين التقديريتين ان قيم دالة المعولية تتناقص بزيادة زمن الاشتغال t وان قيمتها تقع ضمن الفترة [0 , 1] وهذا ينسجم مع الجانب النظري المتعلق بخواص دالة المعولية .

6-2 التوصيات

1- مقارنة تقديرات التوزيع نصف الطبيعي لدالة المعولية مع تقديرات توزيعات اخرى ولذات البينات او غيرها .

2- اجراء بحوث تطبيقية في حقول العمل في جميع المجالات العلمية والطبية باستخدام اساليب تقدير دالة المعولية نفسها المستحدمة في هذا البحث لبيانات حقيقية تتبع HN وفقاً لما تم الوصل اليه من نتائج تخص عملية التقدير.

7-المصادر

7-1المصادر العربية

7-2 -1Al-Ani, Noha Raouf Zakir (2000) “Estimating the reliability function to calculate preventive maintenance timings for some machines of the Babel Factory -1- in the General Company for Battery Manufacturing,” Master’s thesis, College of Administration

7-3 المصادر الأجنبية

1- Afify ,E.E. ,(2006), "Note on the Exponential Distribution" ,Faculty of Engineering Menowfiya University, shibeen,EL.Koom.

2- Famoye ،F. (2000). Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic series distribution. Computational statistics & data analysis33 ،(1)67-59 ،.

3- Meeker ،W. Q. ،& Escobar ،L. A. (2014). Statistical methods for reliability data. John Wiley & Sons

4- Naylor ،T. H. ،Burdick ،D. S. ،& Sasser ،W. E. (1967). Computer simulation experiments with economic systems: the problem of experimental design. Journal of the American Statistical Association ،62(320) ، 1315-1337.

5- Reshi ،J. A. ،& Ahmed ،A. (2015). Characterization ،Reliability and Information measures of Even-Power Weighted Generalized Gamma Distribution.

6- Wahayeb, B.R. (1978), "Some Models for Accelerated Life Testing",M.Sc. Thesis, University Of Baghdad.