Journal Of the Iraqia University 62-1(31-8)(2023)

ISSN(Print): 1813-4521 OnIine ISSN:2663-7502
Journal Of the Iraqia University
available online at: https://www.iasj.net/iasj/issue/2776

توزيع ثنائي الحدين

اسيل ناجح عباس

الجامعة المستنصرية كلية الادارة والاقتصاد شعبة تكنولوجيا المعلومات

binomial distribution

Aseel Najeh Abbas

Al-Mustansiriya University \ College of Administration and Economics

Information Technology Division

Al9625510@gmail.com

DOI 10.58564/MABDAA.62.1.2023.252

Abstract

The binomial or binomial distribution is important in summarizing the experiences and observations, when each of the experiments has the probability of reaching a certain value, where the binomial distribution is determined by the probability of observing a certain number of successful results in a number of experiments as well, and the expected value and value are distributed The mean of a binomial distribution by multiplying the number of trials by the probability of success

When the probability of success is equal to the probability of failure, it is observed that the data is distributed around the value of the arithmetic mean

المقدمة

توزيع ذو الحدين هو توزيع لتجربة، بشكل عشوائي، ويكون لها ناتجان أحدهما يمثل نجاح التجربة، والآخر يمثل فشل التجربة، وله شرط أساسي هو أن نجاح التجربة لا يتأثر أبداً بمدى تكرار التجربة مرة أخرى، كما أن توزيع ذو الحدين يطلق عليه التوزيع الاحتمالي الثنائي أو التوزيع ثنائي الحدين أو قانون التوزيعات الحدانية، فكل هذه المصطلحات لها نفس المعني. يعتبر علم الاحتمالات من أهم علوم الرياضيات وذلك لأن معظم النظريات والطرق الإحصائية بنيت من الأساس عليه، فتعتبر نظرية الاحتمالات الخلفية الرياضية للطرقً الإحصائية لأنها همزة وصل بين الإحصاء الوصفي الذي يعالج مباشرة السلاسل والبيانات والتحليل الإحصائي الذي يعتبرً المعالم الإحصائية كمؤشرات غيرً مباشرة لقيم حقيقية مقاسه بالمعاينة، بالتالي فنظرية الاحتمالات هي ذلك الفرع من الرياضيات الذي يهتم بدراسة ظواهر العشوائية، وعدم التأكد والذي يلعب دوراً أساسياً في مسائل المعاينة، والتقدير، والتنبؤ.

عناصر البحث

- **تعريف توزيع ثنائي الحدين**
- **الصيغة الرياضية لتوزيع ثنائي الحدين.**
- **اهم استخدامات توزيع ثنائي الحدين.**
- **قوانين حساب الاحتمالات في توزيع ثنائي الحدين.**
- **قوانين حساب المتوسط والتباين والانحراف المعياري في توزيع ثنائي الحدين.**
- **التطبيقات العملية لتوزيع ثنائي الحدين.**

أهمية البحث:

توضيح استخدام توزيع ثنائي الحدين في الاحتمال.

منهج البحث: الأسلوب الاستنباطي

حيث أسلوب التفكير الاستنباطي يقوم على المنطق من حيث أنه يستخدم أسساً عامة صحيحة في البحث عن صحة القضايا الخاصة.

موضوع البحث

تعريف توزيع ثنائي الحدين

جاءت تسمية ثنائي الحدين بسبب وجود حالتين تدرس في آن واحد مثل (جيد) او (غير جيد)، (مطابق) او (غير مطابق)، (معيب) او (غير معيب) .... الخ، فضلا عن كون دالة توزيع ثنائي الحدين ماهي الا الحد العام لمفكوك ثنائي الحدين(يوسف، حمدي وأبو شنب ٢٠٠٦م)هو توزيع احتمالي لتجربة عشوائية تحتمل ناتجان أحدهم نعم والآخر لا أي نجاح وفشل التجربة ولا يتأثر نجاح التجربة بتكرار التجربة مرة أخرى.يعتبر التوزيع ذو حدين نوع هام جدا ومنفصل من توزيع الاحتمالات(هندي، محمود محمد وسلطان، خلف سلمان٢٠٠٦م) ، ويعتبر هذا النوع من الاحتمالات سلسلة من تجارب برنولي مستقلة تماما، فكل من هذه التوزيعات يحتوى على احتمال ص مستمر النجاح، كما هو الحل في جميع التوزيعات الاحتمالية الأخرى.

الصورة الرياضية لتوزيع ثنائي الحدين

لنفرض أن هناك تجربة تكرارها **ن** من المحاولات المستقلة بحيث أن نتائج كل محاولة تتمثل بإحدى حالتين ممكنتين فقط وهي نجاح المحاولة او فشل المحاولة ، واذا فرضنا ان **ل** تمثل احتمال نجاح المحاولة وان **[ك=١– ل]** تمثل احتمال فشل المحاولة ، وعندئذ فان احتمال الحصول على س من المحاولات الناجحة حيث **س ≤ ن** ويقال ان المتغير العشوائي **س** يتوزع وفق توزيع ذي الحدين (ثنائي الحدين) اذا كانت دالة الكتلة الاحتمالية له بالشكل التالي:

د(س)= $ن_{ق_س}$ ل س ك$^{ن-س}$ حيث:

س= ٠، ١، ٢، ٣، ..... ن

٠ < ل < ١ ، ك=١– ل

أهم استخدامات توزيع ثنائي الحدين

يستخدم هذا التوزيع في الحالات التي يكون فيها للظاهرة محل الدراسة نتيجتان فقط ومتنافيتان , ونسمي النتيجة محل الاهتمام بحالة النجاح , والأخرى بحالة الفشل .

حساب الاحتمالات في توزيع ثنائي الحدين

د(س)= ن ق س ل س ك ن-س حيث ٠ < ل < ١ ، ك=١- ل

مثال

أُلقيت عملة فضية متزنة ثلا ث مرا ت متتالية.

احسب الاحتمالات الآتية:

١-احتمال ظهور الصورة في الثلاث مرات.

٢-احتمال ظهور الصورة مرتين.

٣-احتمال ظهور الصورة مرة واحدة.

٤-احتمال عدم ظهور الصورة نهائيا

أولا بالاعتماد على الاحتمالات الممكنة الحدوث بفراغ العينة.

ثانيا بالاعتماد على دالة كثافة الاحتمال لنظرية ذات الحدين.

الحل

أولاً: المطلوب بالاعتماد على الاحتمالات الممكنة الحدوث بفراغ العينة:

من المعروف أن أى عملة معدنية لها وجهان الأول يحمل صورة الشعار الجمهورى والثانى تنقش علية كتابة توضح قيمة العملة وتاريخ صكها وللتسهيل سنرمز للوجه الأول (ص) أما الوجه الثانى (ت).

ويوضح لنا الجدول التالي كل الحالات الممكنة الحدوث نتيجة رمى العملة ثلاث مرات متتالية:

الرمية الأولى	الرمية الثانية	الرمية الثالثة
ص	ص	ص
ص	ص	ت
ص	ت	ص
ت	ص	ص
ت	ت	ص
ت	ص	ت
ص	ت	ت
ت	ت	ت

من واقع الجدول السابق نجد أن كل الحالات التى يمكن حدوثها تتمثل فى ٨ حالات يكون احتمال تحقق كل منها بالضرورة ٨١١ وعلى هذا يمكن حساب الاحتمالات المطلوبة كالتالي:

١-احتمال ظهور الصورة فى الثلاث مرات:

احتمال ظهور الصورة فى الثلاث مرات يتحقق مرة واحدة فقط وعلى هذا تتحقق هذه الحالة باحتمال قدره ٨١١

٢-احتمال ظهور الصورة مرتين:

إن ظهور الصورة مرتين والكتابة مرة واحدة يتحقق ثلاث مرات وعلى هذا تتحقق هذه الحالة باحتمال قدره ٨١٣

٣-احتمال ظهور الصورة مرة واحدة:

إن ظهور الصورة مرة واحدة والكتابة مرتين يتحقق ثلاث مرات وعلى هذا تتحقق هذه الحالة باحتمال قدره ٨١٣

٤-احتمال عدم ظهور الصورة نهائيا:

إن عدم ظهور الصورة نهائيا يعنى ظهور الكتابة فى الثلاث مرات ويتحقق هذا مرة واحدة فقط باحتمال قدره ٨١١

ثانياً: المطلوب بالاعتماد على دالة كثافة الاحتمال لنظرية ذات الحدين

يجب أولاً وضع القيم التي سيتم استخدامها من واقع المعطيات وبالتطبيق في دالة كثافة الاحتمال لنظرية ذات الحدين وهي:

ن = ٣	ل= ٢\١
س تتغير حسب الاحتمال المطلوب	ك = ١ – ٢\١ = ٢\١

وبتطبيق الصيغة الرياضية لتوزيع ثنائي الحدين:

احتمال ظهور الصورة فى الثلاث مرات

د(٣)= $ق_{٣}^{٣}$ (٢\١)^{٣} (٢\١)$^{٣-٣}$ = ٨\١

احتمال ظهور الصورة مرتين

د(٢)= $ق_{٢}^{٣}$ (٢\١)^{٢} (٢\١)$^{٣-٢}$ = ٨\٣

احتمال ظهور الصورة مرة واحدة

د(١)= $ق_{١}^{٣}$ (٢\١)^{١} (٢\١)$^{٣-١}$ = ٨\٣

احتمال عدم ظهور الصورة نهائيا

د(٠)= $ق_{.}^{٣}$ (٢\١)^{٠} (٢\١)$^{٣-٠}$ = ٨\١

قوانين حساب التباين والانحراف المعياري في توزيع ثنائي الحدين

الطريقة الأولى

يتم حساب التباين والانحراف المعياري من واقع التوزيع ذو الحدين

$$\sqrt{\sum_{ر=٠}^{ر=ن} س_{ر}^{٢} \times ل(س_{ر}) - \left[\sum_{ر=٠}^{ر=ن} س_{ر} \times ل(س_{ر})\right]^{٢}}$$

حيث $س_{ر}$ هي القيم المختلفة للمتغير العشوائي المنفصل س والتي تبدأ من صفر إلي ن في التوزيع ذو الحدين.

ل ($س_{ر}$) هي الاحتمالات المختلفة المناظرة لقيم المتغير العشوائي $س_{ر}$ والتي يمثلها النسب التكرارية في جداول التوزيعات التكرارية ذات الفئات.

الطريقة الثانية

باستخدام احتمال (نسبة) النجاح وعدد المحاولات وتعتمد هذه الطريقة علي نسبة النجاح وعدد المحاولات المستقلة في التوزيع المنفصل ذو الحدين (ديب، مبادئ في الاحتمالات،٢٠٠٩م) و يتحدد كلا من التباين والانحراف المعياري باستخدام العلاقات التالية:

$ع^{٢}$ =ن × ح (– ١ح) = ن × ح × ف

التطبيقات العملية لتوزيع ثنائي الحدين

مثال[٢]

ألقى شخص قطعة نقود على سطح مستوي ٣مرات متتالية.

احسب التباين والانحراف المعياري لهذا التوزيع.

الحل:

س	ل (س)	س× ل (س)	$س^{٢}$× ل (س)
٠	١٦\١	٠	٠
١	١٦\٤	١٦\٤	١٦\٤
٢	١٦\٦	١٦\١٢	١٦\٢٤
٣	١٦\٤	١٦\١٢	١٦\٣٦
المجموع	١٦\١٥	١٦\٢٨	٤

$ع^{٢}$ = ٤ – ٢\١٧ = ٢\١١

ع = ٧٠٧١٠٦٧.,

خصائص توزيع ذات الحدين

- تتكون التجربة من عدد ن من المحاولات المتكررة.
- كل محاولة لها نتيجتين إما نجاح او فشل، نعم أو لا، ولد أو بنت، مريض أو سليم، حي أو متوفى.
- نتيجة كل محاولة مستقلة عن المحاولات الأخرى، ولا تتأثر بها.(مصطفى، وجيه عبدالله،مكتبة الملك الفهد:٢٠٠٩)
- احتمال النجاح يرمز له ب **(ل)** واحتمال الفشل **١– ل** يرمز له ب **(ك)**.
- وحيث أن نتيجة كل محاولة هي اما نجاح أو فشل فإن : **ك + ل = ١**.

نتائج البحث

التوزيع ذو حدين أو ثنائي الحدين تتمثل أهميته في تلخيص عند من التجارب والملاحظات، عندما يكون لكل تجربة من التجارب احتمال بلوغ قيمة معينة، حيث يتم تحديد التوزيع ذو الحدين احتمالية مراقبة عدد معين من النتائج الناجحة في عدد من التجارب ايضا، ويتم توزيع القيمة المتوقعة والقيمة المتوسطة للتوزيع ذو حدين من خلال ضرب عدد من التجارب باحتمالية النجاح

عند تساوي احتمال النجاح مع احتمال الفشل فإنه يتم ملاحظة أن البيانات تتوزع حول قيمة الوسط الحسابي لقيم **س** بشكل متساوي، بمعنى أن البيانات التي تسبق قيمة الوسط الحسابي تكون متساوية في قيمها الدالية مع القيم التي تلي هذا الوسط، ومن هذه النقطة يتضح أنه يوجد قيمة وسيطيه والتي هي الوسيط تم حسابها عن طريق دالة توزيع ذي الحدين للوسط الحسابي.

التوزيع ذو حدين نوع من توزيع الاحتمالات، ويعتبر هذا النوع من الاحتمالات سلسلة من تجارب برنولي مستقلة تماما، فكل من هذه التوزيعات يحتوي على احتمال ص مستمر النجاح، كما هو الحل في جميع التوزيعات الاحتمالية الأخرى.

المستخلص

التوزيع ذو حدين أو ثنائي الحدين تتمثل أهميته في تلخيص عند من التجارب والملاحظات، عندما يكون لكل تجربة من التجارب احتمال بلوغ قيمة معينة، حيث يتم تحديد التوزيع ذو الحدين احتمالية مراقبة عدد معين من النتائج الناجحة في عدد من التجارب ايضا، ويتم توزيع القيمة المتوقعة والقيمة المتوسطة للتوزيع ذو حدين من خلال ضرب عدد من التجارب باحتمالية النجاح

عند تساوي احتمال النجاح مع احتمال الفشل فإنه يتم ملاحظة أن البيانات تتوزع حول قيمة الوسط الحسابي.

المصادر

١- هندي، محمود محمد وسلطان، خلف سلمان، مفاهيم لطرق التحليل الإحصائي .المملكة العربية السعودية –الرياض: مكتبة الرشد،٢٠٠٦م.

٢- شوقي سيف النصر سيد، أساليب كمية (٢)، كلية التجارة، جامعة القاهره،٢٠١٤م.

٣- مصطفى، وجيه عبد الله، مبادئ إحصاء الأعمال، الطائف: مكتبة الملك فهد الوطنية، ٢٠٠٩م.

٤-يوسف، حمدي وأبو شنب، عصام بسيوني، المختصر في الرياضيات، مكة المكرمة: مكتبة الملك فهد الوطنية،٢٠٠٦م.

٥- ديب، مبارك اسبر، مبادئ في الاحتمالات و الإحصاء، سوريا: جامعة تشرين –كلية العلوم،٢٠٠٩م.

Sources

1- Hindi, Mahmoud Mohamed and Sultan, Khalaf Salman, Concepts of Statistical Analysis Methods. Kingdom of Saudi Arabia - Riyadh: Al-Rushd Bookshop, 2006.

2-Shawqi Saif Al-Nasr Syed, Quantitative Methods (2), Faculty of Commerce, Cairo University, 2014.

3-Mustafa, Wajih Abdullah, Principles of Business Statistics, Taif: King Fahd National Library, 2009.

4-Youssef, Hamdi and Abu Shanab, Issam Bassiouni, Al-Mukhtasar in Mathematics, Makkah Al-Mukarramah: King Fahd National Library, 2006 AD.

5-Deeb, Mubarak Esber, Principles of Probability and Statistics, Syria: Tishreen University - Faculty of Science, 2009.