

دراسة عددية في تأثير الظروف السطحية على الحمل الطبيعي في الاوساط المسامية الافقية باستخدام نموذج الجريان اللادارسي⁺

إبراهيم عطية محمد *

عمر رافع محمود *

المستخلص :

تم في هذا البحث اجراء دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي للجريان اللادارسي المستقر ثنائي البعد في تجويف مسامي مستطيل ومربع الشكل له جداران متوازيان ذو درجات حرارة ثابتة ولكن مختلفة والجداران المتوازيان الاخران معزولان. حصلت الحلول للمعادلات الحاكمة باستخدام طريقة الفروق المحددة مع طريقة كاوس سيدل المتناوبة. ان معدلات انتقال الحرارة المحسوبة والمتمثلة بعدد نسلت قدمت لعدد رالي المطور بحدود (١٠٠ الى ١٠٠٠)، عدد دارسي بحدود (10^{-6} الى 10^{-4}) وينسب باعية (Aspect ratio) بحدود (٠.٥ الى ٣.٠). اظهرت النتائج ظهور الجريان المتعدد الخلايا عندما تكون قيمة النسبة الباعية ($A < 1$) واختفاء هذا النوع من الجريان عندما تكون قيمة النسبة الباعية ($A \geq 1$). زيادة معدل انتقال الحرارة بزيادة كل من عدد رالي المطور والنسبة الباعية ونقصان عدد دارسي عدا الحالة التي يظهر فيها جريان طبقي متاخم، فضلا عن ان لكل عدد رالي المطور وقيمة عدد دارسي ثابت هناك نسبة باعية واحدة يحدث فيها اعلى عدد نسلت. لقيمة ثابتة من عدد دارسي، اي زيادة في النسبة الباعية تؤدي الى ظهور الطبقة المتاخمة عند عدد رالي مطور اقل. ان زيادة عدد دارسي يعزز من ظهور الطبقة المتاخمة. زيادة تأثير عدد دارسي بشكل كبير على عدد نسلت عندما تصبح قيمته (10^{-4})، كما ان تأثير عدد دارسي يقل عند زيادة النسبة الباعية. ان الدراسة الحالية بينت ان عدد نسلت هو دالة قوية من عدد رالي المطور والنسبة الباعية.

NUMERICAL INVESTIGATION OF BOUNDARY SURFACE EFFECTS ON NATURAL CONVECTION IN A HORIZONTAL POROUS CAVITY BY USING NON-DARCIAN FLOW

Omar RafaeMahmood

Ibrahim Atiya Mohamed

Abstracts :

In this paper, Non-Darcian steady flow two-dimensional natural convective heat transfer in an rectangular and square porous cavities with two parallel walls kept at constant different temperatures, while the other two parallel walls were well insulated, had been studied numerically. The governing equations had been solved using finite difference method with Gauss-Seidel iteration. Results have been obtained for a modified Rayleigh number of the range of (100 – 1000), enclosure aspect ratio of (0.5 – 3.0), and Darcy number (10^{-6} – 10^{-4}). The results showed (Multicellular Flow) when the aspect ratio less than one and disappeared this flow when the aspect ratio $A \geq 1$. The rate of heat transfer was increase when the (aspect ratio and modified Rayleigh number)

⁺ تاريخ استلام البحث ٢٠٠٩/١٢/١٦، تاريخ قبول النشر ٢٠١١/٢/١٣ .

^{*} مدرس مساعد /المعهد التقني /الموصل

increased and Darcy number decreased, except when the boundary layer flow was encountered, also for any constants modified Rayleigh number and Darcy number the maximum Nusselt number was obtained at one aspect ratio . As certain value Darcy number, any increase in the aspect ratio will lead to appearance of boundary layer flow at low modified Rayleigh number. The increase in Darcy number enhances the boundary layer thickness. The effect of Darcy number became more significant at ($Da=10^{-4}$), also the effect of the Darcy number decreases when increase the aspect ratio. The Nusselt number was found a strong function of modified Rayleigh number and aspect ratio.

Key words: Non-Darcian flow - Porous medium - Natural convective heat transfer- Brinkman viscous term - modified Rayleigh number

قائمة الرموز:

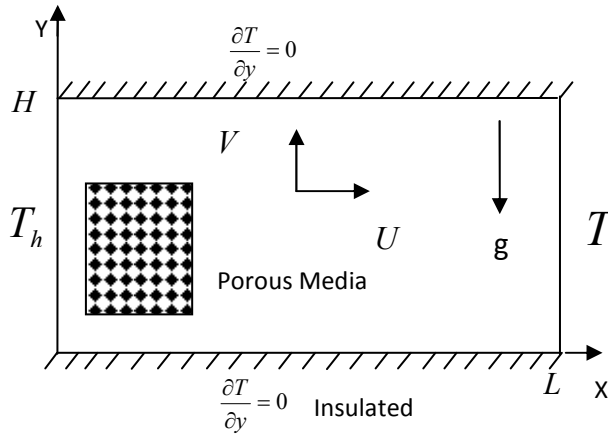
$\hat{u}, \hat{v}$	السرعة اللابعديّة بالاتجاه الأفقي و العمودي	A	النسبة الباعية H/L
x,y	إحداثيات ديكارتية	Da	عدد دارسي D/L^2
$\hat{x}$	المسافة اللابعديّة بالاتجاه الأفقي x/L	Gr	عدد كراشوف $(g\beta\Delta TL^3/\nu^2)$
$\hat{y}$	المسافة اللابعديّة بالاتجاه العمودي y/L	H	ارتفاع الحيز m
α	الانتشار الحراري في الوسط المسامي $k_e/(\rho.c.p)_f = m^2/s$	k	الموصلية الحرارية $W/m.K$
θ	درجة الحرارة اللابعديّة $(T-T_c/\Delta T)$	k_e	الموصلية الحرارية الفعالية $W/m.K$
β	معامل التمدد الحراري K^{-1}	Pr^*	عدد برانتل ν/α
μ	اللزوجة الدينامية $Kg/m.sec$	Ra	عدد رالي $(g\beta\Delta TL^3/\nu\alpha)$
ν	اللزوجة الكينماتية m^2/sec	Ra^*	عدد رالي المطور $(Ra \cdot Da) = (Gr^* \cdot Pr^*)$
ρ	الكثافة Kg/m^3	T	درجة الحرارة K
ω	الدوامات	ΔT	الفرق في درجة الحرارة K ، $(T_h - T_c)$
ψ	دالة الجريان	g	التعجيل الأرضي m/s^2
∇	الانتفاخ	Gr^*	عدد كراشوف المطور $(Gr \cdot Da) = (g\beta\Delta TK/\nu^2)$
	الرموز العلوية والسفلية	h	معامل انتقال الحرارة $W/m^2.K$
c	الجدار البارد	K	وحدة قياس درجة الحرارة كلفن
h	الجدار الساخن	D	نفاذية الوسط المسامي m^2
p	ضغط ثابت	L	عرض الحيز m
*	كميات مطورة	Nu	عدد نسلت
$\wedge$	كمية لابعديّة	p	الضغط Pa
		u, v	السرعة بالاتجاه الأفقي والعمودي m/s

المقدمة:

أصبح موضوع انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي في الأوساط المسامية مهما جدا وذلك بسبب كثرة تطبيقاته واستخداماته، والحمل الطبيعي هو احد أنواع انتقال الحرارة بالحمل وعلى الرغم من عدم وجود سرعة قسرية تولد هذا النوع من الحمل داخل الوسط المسامي إلا ان تيارات الحمل الطبيعي في الوسط المسامي تتولد داخل المائع الذي تحته على الجريان تحت تأثير القوة الطغوية أو ما تدعى بقوة التعويم وتنتج هذه القوة من تأثير التدرج في كثافة المائع تبعا للتدرج في درجات الحرارة وتأثير قوة الجاذبية الأرضية وبما أن سرعة جريان الحمل الطبيعي اصغر بكثير من تلك التي ترافق الحمل القسري فان معدلات انتقال الحرارة بالحمل تكون اصغر [1]. يستخدم الوسط المسامي في الكثير من المجالات والتطبيقات فقد دخل استخدامه في مجال الصناعة وعلم طبيعة الارض والصناعات النووية، وكذلك له دور مهم في مجال انتقال الحرارة ومجال حفظ الطاقة مثل العوازل الحبيبية او المسامية وهياكل الملفات الكهربائية ذات القدرة العالية كما يستخدم في التجفيف وخن الطاقة الشمسية الممتصة وتستخدم المواد المسامية في مواد البناء وكمواد عازلة [2]. لقد خصصت بحوث كثيرة لدراسة الحمل الطبيعي في الأوساط المسامية مع الأخذ بنظر الاعتبار التنوع الكبير في الحالات إذ أن أي شكل يخصص لبحث في الجريان يمكن أن يكون جرياناً دارسياً أو جرياناً لادارسياً، والبحوث يمكن أن تكون إما عملية أو نظرية (عددية أو تحليلية) وفيما يلي استعراض لبعض البحوث السابقة.

قام الباحثان Degam and Vasseur [3] بدراسة تحليلية وعددية لحالة انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي في طبقة مسامية عمودية بثبوت التدفق الحراري في حالة التسخين والتبريد للجدران الجانبية للوسط المستطيل مع وجود جدران أخرى معزولة وهي الجدران الأفقية. لقد فُرضوا أن الوسط المسامي هو وسط متباين الخواص من الناحية الهيدروديناميكية. كما استخدم النموذج الدارسي المحور. لقد تم البحث عن تأثير تغير عدد رالي، عدد دارسي، نسبة النفاذية المتباينة وزاوية الميل للمحاور الأساسية على الجريان وانتقال الحرارة. وقدم الباحثان Prasad & Kulacki [4] دراسة انتقال الحرارة بواسطة الحمل الطبيعي في الأوساط المسامية المستطيلة ذات الفجوات المسامية المستقرة مع الزمن ومحددة بجدارين عموديين حراريين ذات درجات حرارة ثابتة ومختلفة، الجدران الأفقية معزولة. لقد دُرِسَ هذا البحث عددياً لنسب باعية ($A < 1$) وأعداد رالي محدود ($1 - 10^4$). وضحت النتائج وجود جريان متعدد الفجوات، وكما لوحظ أيضاً أن معدل عدد نسلت المعتمد على سمك الفجوة عند قيمته القصوى عند قيم محددة من النسبة الباعية ومعتمداً على عدد رالي المطور. ولخص الباحثان [5] bejan & Kimura في هذا البحث الدراسة العددية والتحليلية للحمل بقوة الطفو في الأوساط المستطيلة المملوءة بالمائع مع وجود فيض تسخين وتبريد ثابت على امتداد الجدران الجانبية العمودية. لقد أُستنتج تحليلياً بأن سمك الطبقة المتاخمة في منطقة التأخم الطبقي يجب أن يكون ثابتاً وغير معتمد على الارتفاع ويجب أن يكون القلب أو المركز عديم الحركة ومتراصفاً خطياً ويجب أن تتغير درجة حرارة الجدران العمودية بشكل خطي مع نفس انحدار درجة حرارة المركز أو القلب. أما الباحثان Lonriat and Prasad [6] فقد استخدموا التحليل اللابعدي لمعادلة دارسي المحورة متضمنة حد اللزوجة. وكان خلاصة عملهم هي أربع مجاميع حاكمة للحمل الطبيعي في الأوساط المسامية العمودية في حالة الاستقرار مع الزمن وهي عدد رالي، عدد دارسي، والنسبة الباعية ومعامل الانتشار عند القيم العليا لتلك المعاملات السابقة. أما الباحث Nithiarasu [7] فقد درس حالة جريان الحمل الطبيعي وانتقال الحرارة المصاحب له في وسط مسامي مشبع بمائع مستخدماً طريقة الوسط المسامي العام. وقد تم تخمين عدة ظواهر لانتقال الحرارة بالحمل في الطبقات المتاخمة. أظهرت الدراسة أن الجريان المتعدد الفجوات يظهر عند قيم عالية لإعداد رالي، عدد دارسي وعند قيم منخفضة لعدد بايوت. أما الباحث Saeed A.H. [8] فقد درس عددياً تأثير الحاجز الداخلي الأبياتي على انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي داخل حيز ثنائي الأبعاد مستطيل الشكل مملوء بوسط مسامي مشبع. الحيز ذي جوانب مسخنة عند درجة حرارة ثابتة مختلفة بينما الأسطح الأفقية معزولة. ان للحاجز عرض مختلف (٣٠، ٥٠، ٧٠%) من عرض الحيز ويكون مركزه

على ارتفاع مختلف (٣٠ ، ٥٠ ، ٧٠%) من ارتفاع الحيز وسمك بين (٨-١٠%) من ارتفاع الحيز يكون متصلاً بالجدار الساخن او البارد. ولخص الباحث Rafae O.M [9] دراسة عديدة لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي للجريان اللادارسي المستقر ثنائي البعد مستطيل الشكل له جداران متوازيان مسخنان عند درجة حرارة ثابتة ومختلفة في حين ان الاسطح الافقية معزولة. تم استخدام نموذج الجريان اللادارسي مضمناً تأثير كل من (الجدران وقوة القصور الذاتي). لقد تمت الدراسة على مدى معين من عدد رالي المطور بحدود (400 – 1000)، معامل القصور الذاتي بحدود (10^{-4} – 10^{-2})، عدد دارسي (10^{-6} – 10^{-5}) وينسب باعية (0.25, 0.5, 0.75). اظهرت النتائج تغير متميز في بنية الجريان مقارنة مع الاوساط المسامية المربعة والطويلة، حيث ظهر جريان متعدد الفجوات فضلاً عن ان بداية الجريان تكون معتمدة بشكل كبير على النسبة الباعية. اما في البحث الحالي فقد تم اجراء دراسة عديدة للحمل الطبيعي داخل حيز مملوء بوسط مسامي مشبع مستطيل ومربع الشكل أفقي وكما مبين في الشكل (1) باستخدام النموذج اللادارسي المتعامل مع الحدود الصلبة مضمناً حد اللزوجة (Boundary surface or Viscous term) إلى قانون دارسي العام لمعرفة تأثير الطبقة المتاخمة على انسياب المائع وانتقال الحرارة . لقد تمت الدراسة على مدى معين من المعلمات المسيطرة، وهي عدد رالي المطور بحدود (١٠٠ الى ١٠٠٠)، عدد دارسي بحدود (10^{-6} الى 10^{-4}) وينسب باعية بحدود (٠.٥ الى ٣.٠).



شكل (1): الشكل التخطيطي للمسألة

النموذج الرياضي والتحليل العددي

تم تمثيل النموذج الرياضي الذي يصف الحمل الطبيعي المستقر لوسط مسامي مشبع بمائع أخذاً بنظر الاعتبار التأثيرات اللادارسية. إن تحليل النموذج سوف يبدأ بالفرضيات والمعادلات الحاكمة لحالة الحمل الطبيعي في وسط مسامي مع ظروفه الحدية، اما سبب اختيار هذه الظروف الحدية فيها لاجراء مقارنة مع الباحثين لمعرفة مدى تأثير الظروف السطحية (Boundary surface).

الفرضيات:

لكي يتم تحليل كل مسألة بسهولة هناك عدد من الفرضيات التي تفرض، وفي البحث الحالي هناك مجموعة من الفرضيات وكما يأتي:

1-الوسط متجانس وفي حالة توازن حراري مع المائع و متساوي الخواص في جميع الاتجاهات (Isotropic)، ثنائي البعد مستقر مع الزمن، لا يوجد توليد حراري، الجدران غير نفاذة، تأثير القصور الذاتي في معادلة الزخم مهملة (Inertia Term) ، الحرارة المتولدة بتأثير اللزوجة (Viscous Dissipation) مهملة.

2- كل خواص المائع تفرض بأنها ثابتة ما عدا كثافة المائع عندما تتسبب من قوة الطفو ويتم حسابها بالشكل الآتي.

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\beta = \frac{-1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad \dots\dots\dots (2)$$

حيث أن ρ هي كثافة المائع عند درجة الحرارة T ، β هي معامل التمدد الحراري الحجمي وتساوي مقلوب معدل درجات الحرارة. والرمز السفلي يشير إلى ظروف الوسط.

المعادلات المتحكممة :

إن المعادلات التي تسيطر على انتقال الحرارة وانسياب المائع في الوسط المسامي المشبع هي معادلات الاستمرارية والطاقة والزخم على التوالي [10].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\mu}{D} u = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\mu}{D} v = -\left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

وللحصول على معادلة الزخم ثنائية البعد نقوم بتفاضل المعادلتين (5)، (6) الأولى نسبة (y) والثانية نسبة (x) وبالتعويض نحصل على معادلة الزخم النهائية التي تخص البحث الحالي.

$$\frac{\mu}{D} \left[\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right] = -\rho_0 g \beta \frac{\partial T}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

تم استخدام معادلة الدوامية (Vorticity) لتحويل حد اللزوجة المستخدم في معادلة الزخم، ومعادلة الدوامية تعرف بالشكل التالي

$$\omega = \nabla \times V \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (9)$$

الصيغة الالابعية:

تم وضع المعادلات المتحكممة الطاقة والزخم بالصيغة الالابعية، وذلك لتقليل عدد المعاملات في الناتج لكي يسهل تحويلها الى معادلات بالصيغة العددية وكذلك لتقليل عدد المتغيرات المطلوبة في هذه المعادلات.

$$\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \hat{y}} - \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{y}} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{y}^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^2} = Ra^* \frac{\partial \theta}{\partial \hat{x}} - Da \left[-\frac{\partial^4 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^4} - 2 \frac{\partial^4 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^2 \partial \hat{y}^2} - \frac{\partial^4 \hat{\psi}}{\partial \hat{y}^4} \right] \quad \dots\dots\dots (11)$$

يمثل (Ra^*) عدد رالي المطور والمساوي لحاصل ضرب عدد رالي الاعتيادي في عدد دارسي. إن عدد رالي المطور يمثل نسبة قوة الطفو إلى قوة الدفع بسبب المصفوفة المسامية وهو يعرف بالشكل الآتي:

$$Ra^* = \frac{\rho_0 g D \beta \Delta T}{\mu \alpha} \quad \dots\dots\dots (12)$$

وأن عدد دارسي (Da) يساوي

$$Da = \frac{D}{L^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

فضلا عن ان معادلة الدوامية تصبح بالشكل التالي:

$$\hat{\omega} = -\frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^2} - \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{y}^2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

وباشتقاق المشتقة الثانية للدوامية نسبة الى $\hat{x}$ و $\hat{y}$ يتم الحصول على المعادلة التالية:

$$\frac{\partial^2 \hat{\omega}}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2 \hat{\omega}}{\partial \hat{x}^2} = \left[-\frac{\partial^4 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^4} - 2 \frac{\partial^4 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^2 \partial \hat{y}^2} - \frac{\partial^4 \hat{\psi}}{\partial \hat{y}^4} \right] \quad \dots\dots\dots (15)$$

وبتعويض معادلة (١٥) في (١١) تصبح معادلة الزخم الالابعية بالشكل التالي

$$\frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \hat{x}^2} = Ra^* \frac{\partial \theta}{\partial \hat{x}} - Da \left[\frac{\partial^2 \hat{\omega}}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2 \hat{\omega}}{\partial \hat{x}^2} \right] \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\hat{u} = \frac{-\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{y}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\hat{v} = \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} \dots \dots \dots (18)$$

الظروف الحدية :

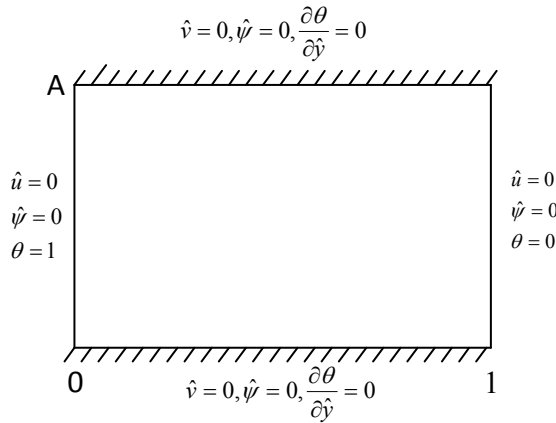
الشكل (٢) يوضح الظروف الحدية اللابعدية للبحث الحالي وكما مبينة أدناه.

$$\text{At } \hat{x} = 0, 1 \quad \text{and} \quad 0 \leq \hat{y} \leq A$$

$$\theta = 1, \hat{\psi} = 0, \quad \hat{u} = 0 \dots \dots \dots (19)$$

$$\text{At } \hat{y} = 0, A \quad \text{and} \quad 0 \leq \hat{x} \leq 1$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{y}} = 0, \quad \hat{\psi} = 0, \quad \hat{v} = 0 \dots \dots \dots (20)$$



شكل (٢): يوضح الظروف الحدية اللابعدية

النتائج المحصلة:

لقد شملت النتائج المحصلة من هذا البحث توزيع خطوط ثبوت درجات الحرارة وخطوط الانسياب في الوسط المسامي المشبع لتوضيح صيغة انتقال الحرارة وجريان المائع في الوسط المسامي المشبع ووصفها، وكذلك نتائج انتقال الحرارة من العلاقة بين عدد نسلت (Nu) وتأثير كل من عدد رالي المطور، النسبة الباعية وعدد دارسي. إذ أن عدد نسلت مهم جداً في عمليات انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي ويعرف على أنه نسبة انتقال الحرارة بالحمل إلى انتقال الحرارة بالتوصيل التام.

$$Nu = \frac{Q_{convection}}{Q_{conduction}} = \frac{k \int_0^H \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0,L} dy}{kH \frac{\Delta T}{L}} \dots \dots \dots (21)$$

وعند تحويل هذه المعادلة إلى الصيغة اللابعدية تصبح على النحو الآتي:

$$Nu = \frac{1}{A} \int_0^A \left(\frac{\partial \theta}{\partial \hat{x}} \right)_{\hat{x}=0,1} d\hat{y} = \frac{Q_{total}}{A} \dots\dots\dots (22)$$

التحليل العددي:

اعتمد الحل العددي لحل مسائل الحمل الطبيعي هي ومسائل إضافية أخرى مكملية للحلول التحليلية. إن الطرق العددية تمكن الباحث من حل المشاكل التي لا يمكن حلها بالطرق التحليلية أو التي يكون حلها تحليلياً مكلف جداً من الناحية الزمنية والمادية [11]. وقد اعتبر الانسياب والوسط الناقل للحرارة كأطوار مستمرة (Continuum)، ولكن ناتجة عن تكتل وتجمع نقاط مستقلة ضمن مجال الاهتمام. إن تلك النقاط أو العقد تمثل الشبكة (mesh)، وهذه النقاط تمثل تقاطعات الشبكة والتي بمجموعها نحصل على استمرارية الجزء المطلوب. هناك عدة طرق تقريبية لحل المعادلات التفاضلية عددياً ومن تلك الطرق تم اختيار (Finite difference) والتي تعتمد بالاساس على سلسلة تيلر (Taylor series) لتقريب الصيغ التفاضلية الجزئية الى فروقات محددة باستخدام سلسلة تيلر والمقطوعة حسب الدقة المطلوبة وهي $O(\Delta x^2)$ [12]. لقد فرض كما ذكرنا سابقاً أن الحيز الذي يحتوي على المادة المسامية ثنائي البعد ومغطى بشبكة ديكارتية مستطيلة ومنظمة وإن تلك الشبكة تحوي على عدد من الخطوط العمودية والافقية تفصل بينها مسافة منتظمة هي $\Delta y, \Delta x$ على التوالي. تم استخدام طريقتي الفرق المتقدم والفرق المتأخر لإيجاد درجات الحرارة عند الحدود المعزولة وإيجاد أيضاً كمية الحرارة المنتقلة. أما طريقة الفرق المتوسط فاستخدمت لإيجاد درجات الحرارة (θ) ودالة السرعة (u) عند جميع النقاط الداخلية.

إن جميع المعادلات السابقة تم إعادة ترتيبها بشكل برنامج يدخل الحاسبة، باستخدام طريقة كاوس سيدل التكرارية وبلاستعانة بتقنية (Over and Under Relaxation) ولغة فورتران 90 تمت كتابة هذا البرنامج الذي يُستخدم لعدد مختلف من التقسيمات للشبكة ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور (Ra^*)، النسب الباعية (A) وعدد دارسي (Da). وبعد إعداد البرنامج بالشكل النهائي شغل البرنامج لمديات مختلفة من تقسيم الشبكة لغرض الوصول الى حالة استقرار في عمل البرنامج ولكن بما يتلائم مع قدرة الحاسبة الإلكترونية، لقد تم العمل في البحث الحالي على عدد التقسيمات (100×100) لأن عدد نسلت أصبح تقريباً غير معتمد على عدد التقسيمات، ولتوقف الحل العددي ستحسب نسبة الخطأ كالآتي:

$$|\theta^{n+1} - \theta^n| \leq 1 \times 10^{-4}$$

للتأكد من صحة الحل تمت مقارنة البحث الحالي مع بعض البحوث السابقة، إذ طبق البرنامج على الظروف الحدية نفسها، الجدران الأفقية معزولة كما مبين في الجدول (١)، أظهرت النتائج العددية تقارباً جيداً نوعاً ما مع الباحثين الأول والثاني حيث إن نسبة الخطأ هذه ناتجة عن الاختلاف بين عدد التقسيمات المستخدمة بين الباحثين والبحث الحالي حيث استخدم الباحث الأول (31×31) والباحث الثاني (41×41)، أما بالنسبة للباحث الثالث فإن النتائج ظهرت متقاربة تقارباً جيداً بسبب تشابه عدد التقسيمات المستخدمة من قبل الباحث والبحث الحالي. إن نسبة الخطأ صغيرة جداً مما يعني أنه يمكن الاعتماد على نتائج الحل العددي في البحث الحالي.

جدول (١): مقارنة عدد نسلت مع نتائج الباحثين لحيز ثنائي البعد ذو جدارين أفقيين معزولين لقيم مختلفة من النسبة الباعية وعدد رالي المطور عند ($Da=0$)

Ra*	Ra*=200	Ra*= 500	Ra*= 1000
Aspect ratio	A= 0.5	A=1.0	A= 0.5
Prasad [4]	3.81	----	14.21
Lauriat[6]	----	8.96	----
Saeed [8]	3.85	9.806	16.85
Present work	3.86	9.81	16.9

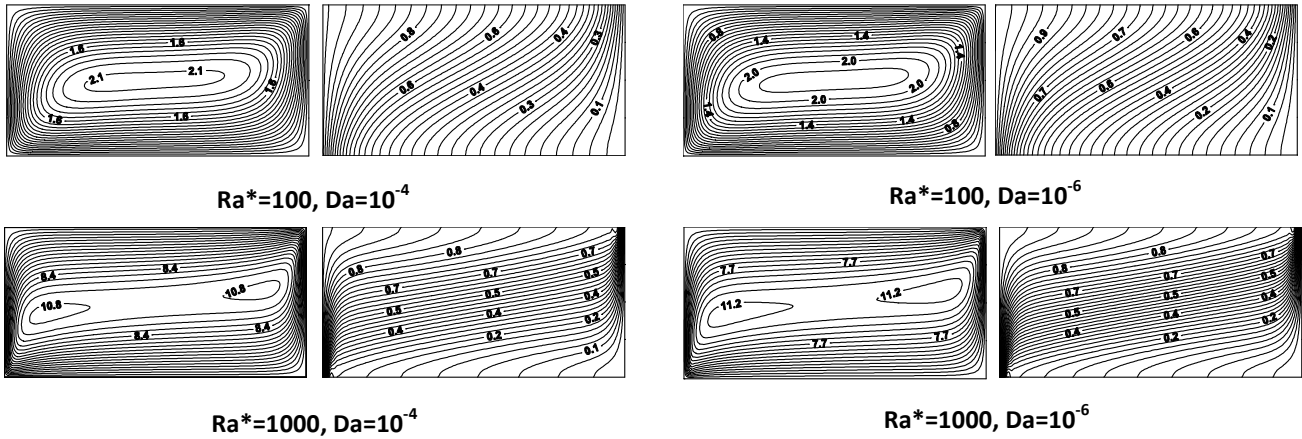
النتائج والمناقشة:

سيتم في هذا الجزء من البحث عرض نتائج الحل العددي لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي في وسط مسامي مشبع بمائع داخل حيز مستطيل الشكل على شكل ثلاثة اجزاء الاول بنية الجريان والثاني انتقال الحرارة المتمثل بعدد نسلت، وأخيراً استعراض التحليل الإحصائي للنتائج من أجل الحصول على معادلة لعدد نسلت بدلالة معلمات المسألة، ونظراً لكثرة النتائج فلقد تم استعراض جزء من هذه النتائج وتشمل هذه النتائج عرض لمجال درجات الحرارة على شكل خطوط كنتورية لثبوت درجة الحرارة، وعرض لمجال الحركة على شكل خطوط كنتورية للانسياب والتي تحدد اتجاه وكمية الجريان حيث تم رسم هذه المخططات الكنتورية باستخدام برنامج (Surfer32)، فضلاً عن عرض الرسوم البيانية بين مركبة السرعة العمودية على الخط الوسطي الأفقي والرسوم البيانية للسرعة الأفقية ودالة الجريان هذا بالنسبة للجزء الاول. اما الجزء الثاني من النتائج مناقشة واستعراض تغير عدد نسلت والمتغير مع متغيرات المسألة وهي عدد رالي المطور (Ra^*)، عدد دارسي (Da) والنسبة الباعية (A).

بنية الجريان:

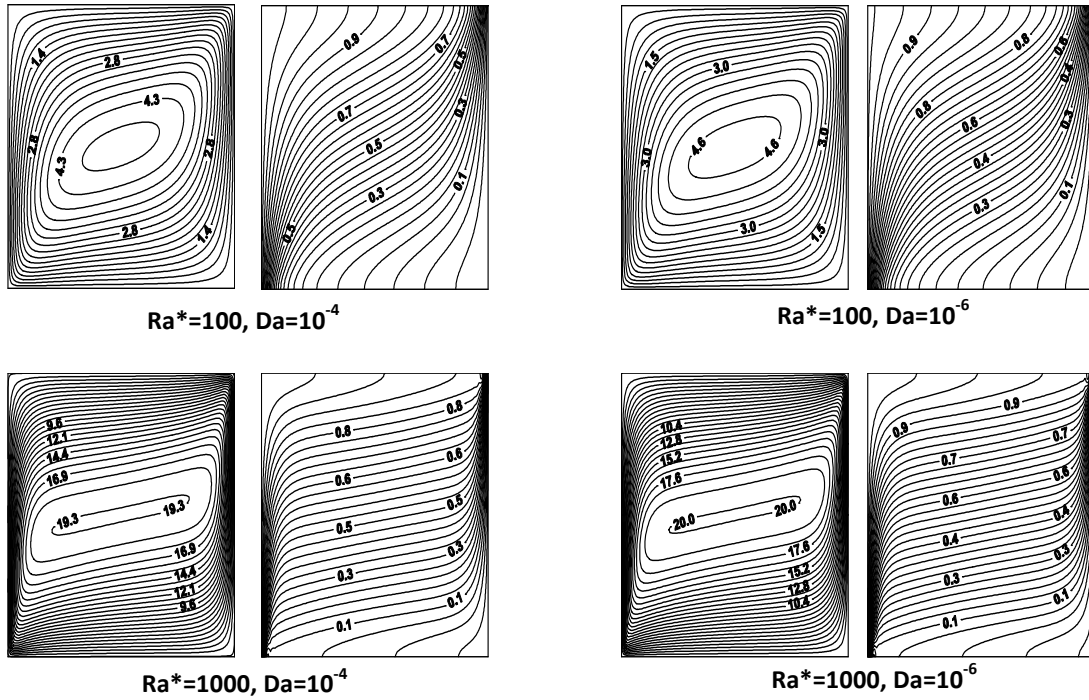
يوضح الشكل (٣) خطوط الانسياب وخطوط ثبوت درجة الحرارة عند النسبة الباعية ($A=0.5$) ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي، اظهرت خطوط الانسياب حركة دورانية باتجاه عقارب الساعة حول نقطة والتي كانت فيها دالة الانسياب عند قيمتها القصوى، وظهرت منطقة الطبقات المتاخمة بالقرب من الجدران العمودية وهي واضحة عند عدد رالي المطور ($Ra^*=1000$) ولمختلف قيم عدد دارسي في حين يبقى اللب متراسف. في حالة زيادة عدد رالي المطور او نقصان عدد دارسي تزداد ترانصفية اللب فضلاً عن ازدياد قيم دالة الجريان. كما يلاحظ تغير متميز في بنية الجريان عند عدد رالي المطور ($Ra^*=1000$) ولمختلف قيم عدد دارسي، حيث شملت منطقة الجريان ظهور الجريان متعدد الخلايا والذي يتكون من الخلايا الابتدائية ذات السرعة العالية والتي تدور في كافة انحاء الوسط والخلية الثانوية والتي ظهرت خارج الطبقات المتاخمة ومفصولة في الغالب بواسطة لب ساكن وكنيجة فان سرعة جريان الخلايا الثانوية هي اقل بكثير من سرعة جريان الخلايا الابتدائية، ان خطوط الانسياب للجريان الثانوي فقد انحرفت باتجاه الطبقات المتاخمة التابعة للجدار وذلك بسبب وجود الظروف الحدية الأفقية الاديائية. ان ظاهرة تكون الجريان المتعدد الخلايا هي ان زيادة عدد رالي المطور تؤدي الى زيادة القوة الطوفية وبذلك تزداد سرعة المائع ويتحرك الى الاعلى بسرعة كبيرة وبسبب وجود قوة الاحتكاك بين طبقات المائع فانها تعمل على فصل طبقات المائع ذات السرعة العالية عن طبقات المائع ذات السرعة الواطئة وتكون أقرب مسافة لتغير اتجاه هذه الطبقات هي بالاتجاه المائل نحو المنطقة الباردة وعند نقطة تغير الاتجاه سوف ينقسم انسياب المائع إلى خلايا ابتدائية وثانوية، حيث تكون الخلية الثانوية الأولى بالقرب من الجدار الساخن وتدور

باتجاه عقارب الساعة أما الخلية الثانوية الثانية فتكون بالقرب من الجدار البارد وتدور بنفس الاتجاه. اما بالنسبة لخطوط ثبوت درجة الحرارة فان حركة الخطوط في الجهة العليا اسرع منها في الجهة السفلى والذي يسبب انحدار هذه الخطوط هي قوة الطفو، فضلا عن ظهور طبقة متاخمة عند قرب اسفل السطح العمودي الساخن وظهور طبقة متاخمة عند قرب اعلى السطح العمودي البارد ويزداد ظهور هذه الطبقة في حالة زيادة عدد رالي المطور او نقصان عدد دارسي، ويسبب قوة الطفو فان انتقال الحرارة ينعدم عند اسفل السطح البارد بسبب سقوط المائع البارد الى الاسفل. تعتبر قيمة النسبة الباعية $A=0.5$ من الاوساط المسامية الطويلة الضحلة والتي يكون الجريان فيها قد انفصل الى جزئين، يسمى الجزء الاول بالجريان المحاذي ويسمى الجزء الثاني بجريان الطبقة المتاخمة الوهمية وسمي بهذا الاسم لان انتقال الحرارة يكون بواسطة الحمل من خلال الطابقات المتاخمة بواسطة التوصيل من اللب فضلا عن ان منطقة التوصيل يحصل فيها نقصان في امتدادها عند زيادة قيمة النسبة الباعية. في حالة زيادة عدد رالي المطور ولقيمة ثابتة من عدد دارسي فانه يؤدي الى زيادة في دالة الجريان وظهور الجريان المتعدد الخلايا ، فضلا عن جعل سمك الطبقة المتاخمة اكثر رقة ويزيد من عملية التراصف الساكنة عند اللب، كذلك زيادة انحدار خطوط ثبوت درجة الحرارة باتجاه الجدار البارد مما يؤدي الى زيادة في عملية انتقال الحرارة وهذا الكلام مشابه لتاثير نقصان عدد دارسي ولقيمة ثابتة من عدد رالي المطور. ان عملية ظهور الجريان المتعدد الخلايا او عدم ظهوره يعتمد بشكل قوي على النسبة الباعية.



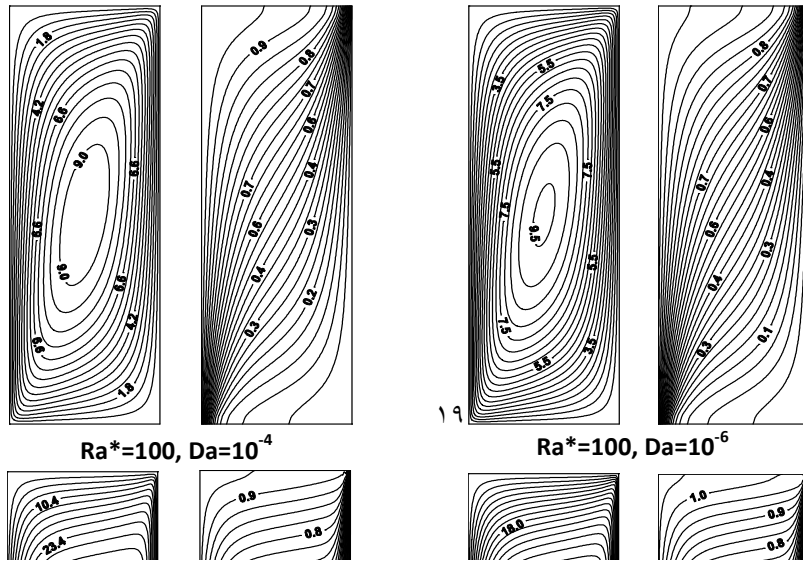
شكل (٣): يوضح خطوط ثبوت درجة الحرارة عند النسبة الباعية ($A=0.5$) ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي

يوضح الشكل (٤) خطوط الانسياب وخطوط ثبوت درجة الحرارة عند النسبة الباعية $A=1.0$ ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي، حيث يتبين من الاشكال زيادة في قيمة دالة الجريان مقارنة مع النسبة الباعية عند $A=0.5$ ولنفس قيمة عدد رالي المطور وعدد دارسي، فضلا عن ذلك عدم ظهور الجريان المتعدد الخلايا ولكافة قيم اعداد رالي المطور وعدد دارسي حيث ان هذا الجريان لا يظهر لقيم النسبة الباعية الاكبر او تساوي واحد. ان بنية الجريان عند هذه النسبة قد تغيرت عما هي عليه عند النسبة الباعية السابقة حيث تتكون بنية الجريان عند هذه النسبة من (جريان محاذي ومنطقة جريان الطبقة المتاخمة). كما لوحظ ظهور الطبقة المتاخمة بالنسبة لخطوط ثبوت درجة الحرارة عند الجدران العمودية عند عدد رالي المطور ($Ra^*=100$) ولمختلف قيم عدد دارسي وهذا لم يظهر بالنسبة لقيمة النسبة الباعية $A=0.5$ فضلا عن ذلك زيادة انحدار خطوط ثبوت درجة الحرارة باتجاه الجدار البارد وزيادة ترصيفية اللب. ان تاثير زيادة او نقصان عدد رالي المطور او عدد دارسي يكون مشابه للحالة السابقة.

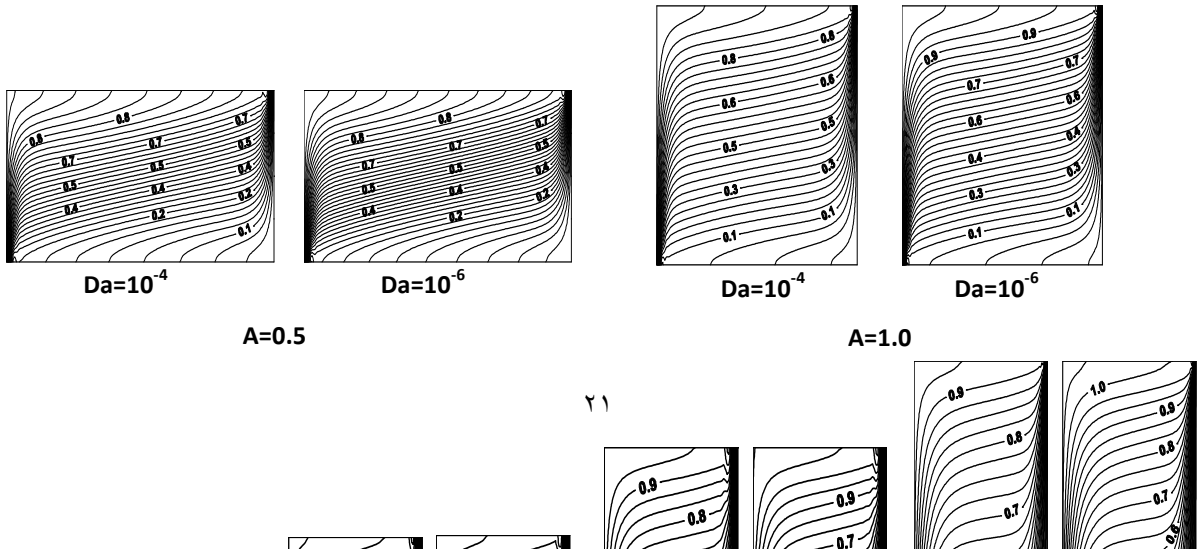


شكل (٤): يوضح خطوط ثبوت درجة الحرارة عند النسبة الباعية ($A=1.0$) ولقم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي

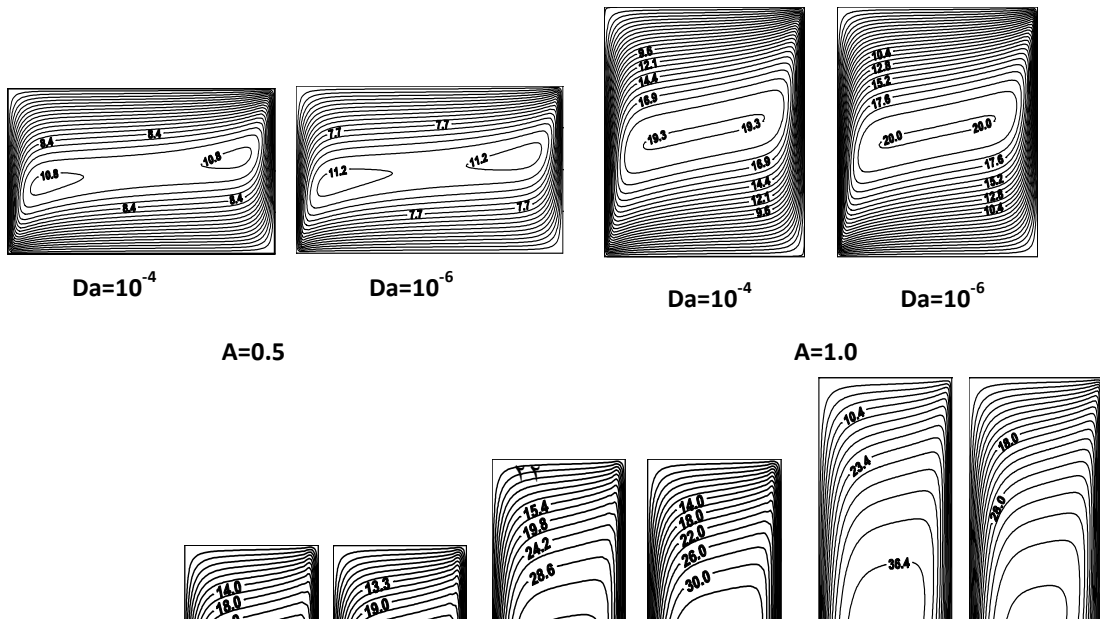
يوضح الشكل (٥) خطوط الانسياب وخطوط ثبوت درجة الحرارة عند النسبة الباعية $A=3.0$ ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي، اظهرت النتائج ان سلوك خطوط الانسياب وخطوط ثبوت درجة الحرارة يكون مشابه للحالة السابقة ايضا من ناحية تأثير كل من عدد رالي المطور وعدد دارسي وبنية الجريان الا ان معدل الجريان قد ازداد عما هو عليه في الحالة السابقة فضلا عن زيادة في انحدار خطوط ثبوت درجة الحرارة باتجاه السطح البارد وزيادة تراسفية اللب وزيادة ظهور الطبقة المتاخمة لنفس قيمة عدد رالي المطور وعدد دارسي. ان زيادة انحدار خطوط ثبوت درجة الحرارة باتجاه السطح البارد لايمني زيادة في انتقال الحرارة وذلك بسبب ظهور الطبقة المتاخمة التي تقلل من عملية انتقال الحرارة وهذه الطبقة تزداد ظهورها بزيادة النسبة الباعية.



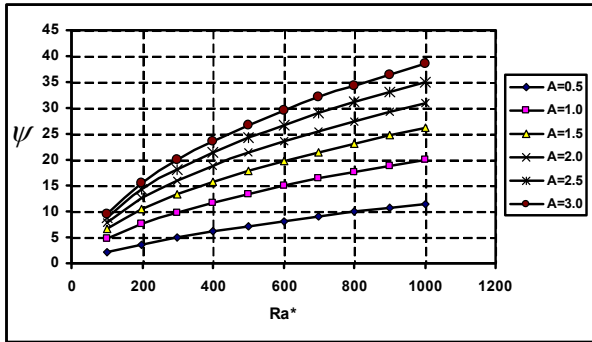
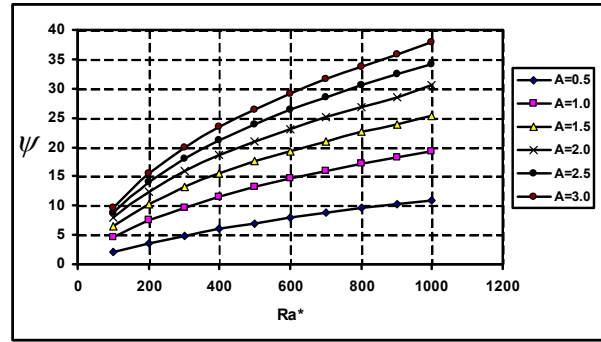
يوضح الشكل (٧) خطوط ثبوت درجة الحرارة عند عدد رالي المطور ($Ra^*=1000$) ولقيم مختلفة من النسبة الباعية وعدد دارسي، حيث يلاحظ من الشكل كيفية تأثير زيادة او نقصان كل من عدد دارسي والنسبة الباعية على انحدار خطوط ثبوت درجة الحرارة وسمك الطبقة المتاخمة.



يوضح الشكل (٨) خطوط الانسياب عند عدد رالي المطور ($Ra^*=1000$) ولقيم مختلفة من النسبة الباعية وعدد دارسي، حيث يلاحظ من الشكل كيفية تأثير زيادة او نقصان كل من عدد دارسي والنسبة الباعية على بنية الجريان.



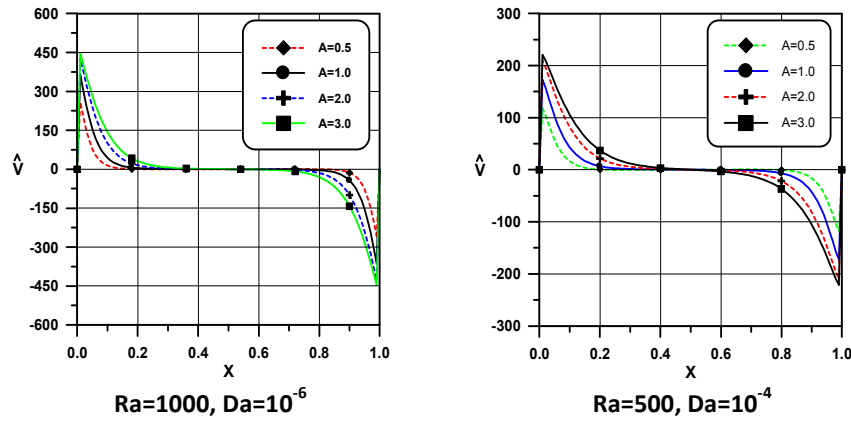
يوضح الشكل (٩) تغير دالة الجريان مع عدد رالي المطور ولقيم مختلفة من النسبة الباعية وعدد دارسي، يلاحظ من الشكل انه على جميع اعداد دارسي الماخوذة ضمن حدود البحث ان دالة الجريان تزداد في حالة زيادة عدد رالي المطور مع بقاء المعاملات الاخرى ثابتة او في حالة نقصان عدد دارسي مع بقاء المعاملات الاخرى ثابتة او في حالة زيادة النسبة الباعية مع بقاء المعاملات الاخرى ثابتة.

Da = 10⁻⁶Da = 10⁻⁴

شكل (٩): يوضح تغير دالة الجريان (Ψ) مع عدد رالي المطور ولمختلف قيم النسبة الباعية وعدد دارسي

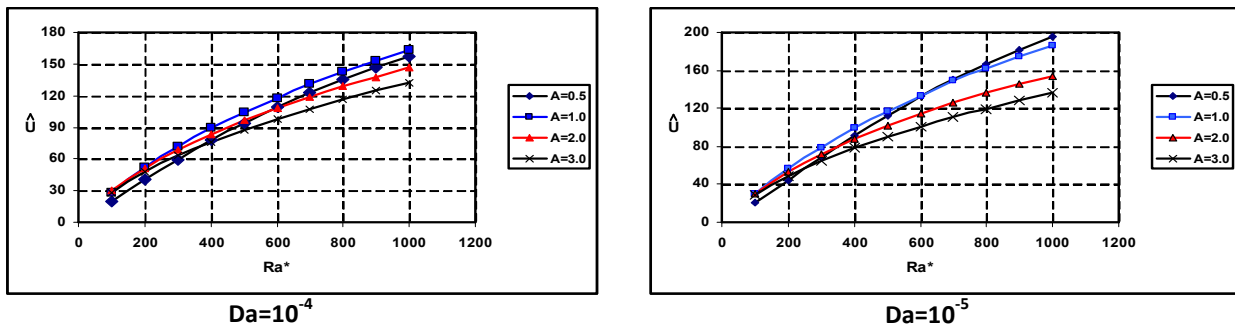
يوضح الشكل (١٠) تأثير تغير قيمة النسبة الباعية على المركبة العمودية للسرعة الباعية ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي، حيث لوحظ من الشكل ان السرعة العمودية تزداد بزيادة النسبة الباعية وبزيادة عدد رالي المطور او في حالة نقصان عدد دارسي . ان السرعة العمودية تساوي صفراً عند السطح العمودي الساخن وبعد مسافة صغيرة نلاحظ ارتفاع كبير في السرعة تصل إلى أعلى قيمة وهي عند الطبقة المتاخمة للحدود وبعد وصولها إلى أعلى قيمة يحصل هبوط حاد في السرعة إلى أن تصل إلى الصفر وهذه المنطقة تكون خارج حدود الطبقة المتاخمة والسلوك نفسه بالنسبة للسطح العمودي البارد ولكن تكون سرعة المائع العمودية في هذه المنطقة أقل بقليل من الطبقة القريبة من السطح العمودي الساخن وذلك بسبب فقدان المائع جزءاً من حرارته قرب السطح البارد لذلك فان الطاقة الحركية للمائع سوف تصبح أقل، كما يلاحظ أن لب الوسط المسامي ساكن. لقيمة ثابتة من عدد رالي المطور وعدد دارسي ($Da=10^{-6}$) ونتيجة

لما ذكر ظهر أن توزيعات السرعة كانت مشابهة لحد كبير للحالة الدارسية والتي يكون فيها عدد دارسي ($Da=0$) ، اذن تعتبر قيمة عدد دارسي ($Da=10^{-6}$) هي القيمة الحرجة أي أن في حالة نقصان عدد دارسي عن هذه القيمة لا يؤثر وتعتبر حالة دارسية.



شكل (١٠): يوضح تأثير تغير النسبة الباعية على المركبة العمودية اللابعدية للسرعة ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي

يوضح الشكل (١١) تغير السرعة الافقية اللابعدية القصوى مع عدد رالي المطور ولقيم مختلفة من النسبة الباعية وعدد دارسي، حيث يلاحظ من الشكل انه في حالة زيادة عدد رالي المطور او نقصان عدد دارسي وقيمة ثابتة من النسبة الباعية تزداد السرعة الافقية، كما لوحظ ان السرعة الافقية للنسبة الباعية $A=1.0$ ولعدد دارسي ($Da=10^{-5}$) تزداد بزيادة عدد رالي المطور لحين الوصول الى عدد رالي المطور ($Ra^*=600$) ثم تبدأ بالنقصان مقارنة مع النسبة الباعية $A=0.5$ في حين لعدد دارسي ($Da=10^{-4}$) تبقى في حالة ازدياد مقارنة مع النسبة الباعية $A=0.5$. اما بالنسبة للنسبة الباعية $A=2.0$ ولعدد دارسي ($Da=10^{-5}$) ان السرعة الافقية اكبر مقارنة مع $A=3.0$ ومقارنة مع النسبة الباعية $A=1.0$ فانها تقل بزيادة عدد رالي المطور عدا ($Ra^*=100$) ومقارنة مع $A=0.5$ فانها تزداد بزيادة عدد رالي المطور لحين الوصول الى ($Ra^*=500$) ثم تبدأ بالنقصان بعد ذلك. في حين لعدد دارسي ($Da=10^{-4}$) مقارنة مع $A=0.5$ تزداد بزيادة عدد رالي المطور لحين الوصول الى ($Ra^*=500$) ثم تبدأ بالنقصان ومقارنة مع $A=1.0$ تقل بزيادة عدد رالي المطور. اما بالنسبة للنسبة الباعية $A=3.0$ ولعدد دارسي ($Da=10^{-5}$) تقل السرعة الافقية مع زيادة عدد رالي المطور مقارنة مع $A=1.0$ وتزداد لحين الوصول الى عدد رالي المطور ($Ra^*=200$) مقارنة مع $A=0.5$ ثم تبدأ بالنقصان. في حين لعدد دارسي ($Da=10^{-4}$) فان السرعة الافقية تقل بزيادة عدد رالي المطور مقارنة مع $A=1.0$ وتزداد لحي الوصول الى عدد رالي المطور ($Ra^*=300$) مقارنة مع $A=0.5$ ثم تبدأ بالنقصان.

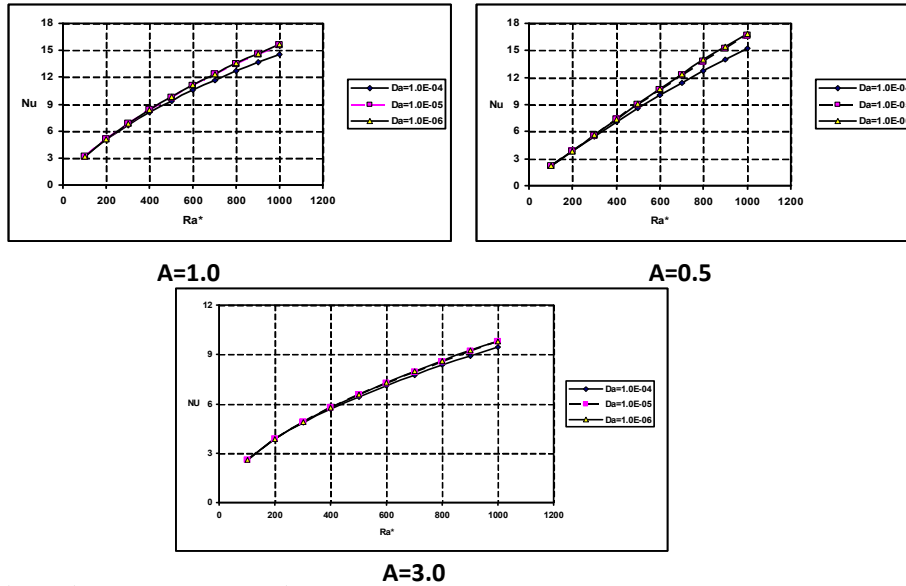


شكل (١١): يوضح تغير السرعة الافقية اللابعدية القصوى مع عدد رالي المطور ولمختلف قيم النسبة الباعية وعدد دارسي

انتقال الحرارة:

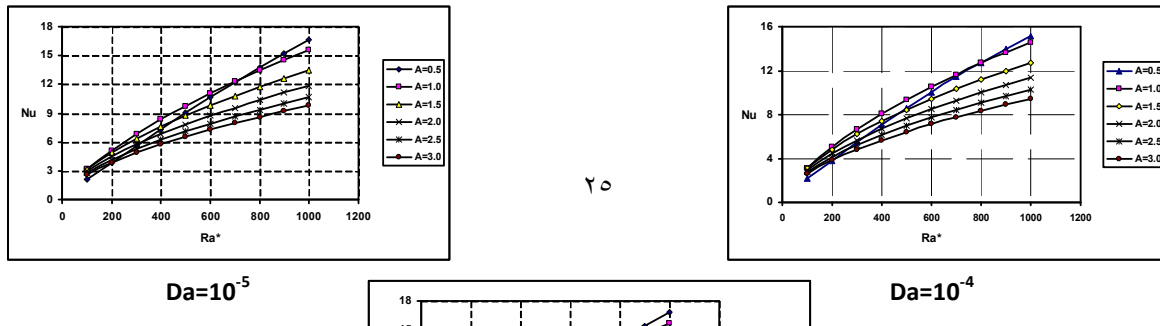
تم في هذا الجزء من البحث استعراض تغير عدد نسلت مع متغيرات المسالة والمتمثلة بعدد رالي المطور وعدد دارسي والنسبة الباعية ودراسة تاثير كل منها على انتقال الحرارة.

يوضح الشكل (١٢) تغير عدد نسلت مع عدد رالي المطور ولقيم مختلفة من عدد دارسي و النسبة الباعية، توضح الاشكال ان تغير عدد رالي المطور ذا تاثير كبير على عدد نسلت، حيث ان زيادة عدد رالي المطور ولقيمة ثابتة من عدد دارسي سيؤدي الى زيادة كبيرة في عدد نسلت ولجميع قيم النسب الباعية. كما يلاحظ من الاشكال ان تغير عدد نسلت يكون قليل جدا عند تغير عدد دارسي من 10^{-5} الى 10^{-6} ويكون ذا تاثير اكبر في حالة زيادته الى القيمة 10^{-4} ، فضلا عن ملاحظة انه في حالة زيادة النسبة الباعية يقل تاثير عدد دارسي لجميع قيمه في حالة نقصانه او زيادته.

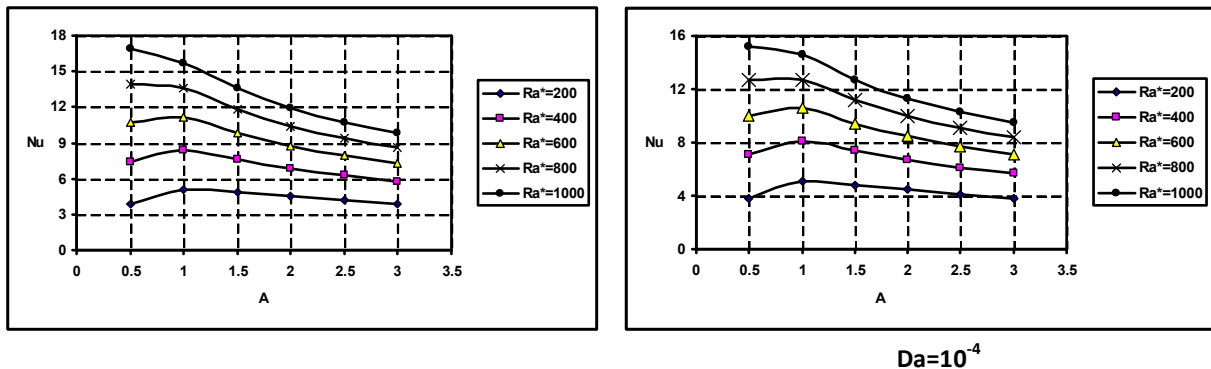


شكل (١٢): يوضح تغير عدد نسلت مع عدد رالي المطور ولقيم مختلفة من عدد دارسي والنسبة الباعية

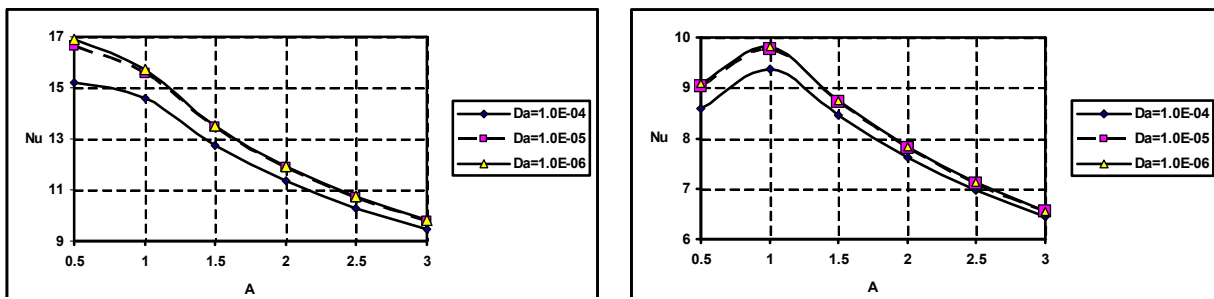
يوضح الشكل (١٣) تغير عدد نسلت مع عدد رالي المطور ولمختلف قيم النسبة الباعية وعدد دارسي، توضح الاشكال انه لقيمة ثابتة من عدد دارسي والنسبة الباعية يزداد عدد نسلت بزيادة عدد رالي المطور. في حالة زيادة النسبة الباعية من (0.5 الى 1.0) يزداد عدد نسلت بزيادة عدد رالي المطور مع بقاء قيمة عدد دارسي ثابتة لغاية عدد رالي المطور ($Ra^*=600$) ثم يبدأ بالنقصان والسبب في ذلك ظهور الجريان الطبقي المتاخم الذي يعمل على تقليل انتقال الحرارة ، اما حالة زيادة النسبة الباعية من 1.0 الى 3.0 يقل عدد نسلت بزيادة عدد رالي المطور مع بقاء قيمة عدد دارسي ثابتة وهذا الكلام ينطبق على جميع قيم النسبة الباعية ($A>1$) الماخوذة ضمن البحث.



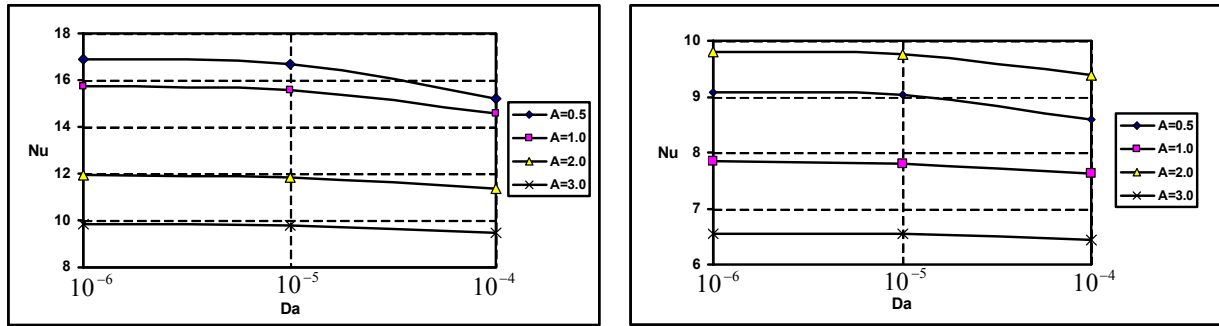
يوضح الشكلين (١٤) و (١٥) تغير عدد نسلت مع النسبة الباعية ولقيم مختلفة من عدد دارسي وعدد رالي المطور. تمثل هذه الرسوم البيانية اختبارا للشكل الهندسي، حيث يلاحظ انه عندما تكون قيمة عدد دارسي ($Da=10^{-4}$) يزداد عدد نسلت بزيادة النسبة الباعية الى قيمة معينة ثم يبدأ بالنقصان باستمرار هذه الزيادة وهذا يكون عندما يكون عدد رالي المطور ($Ra^* < 800$) وفي حالة زيادة عدد رالي المطور عن هذه القيمة فان عدد نسلت يبدأ بالنقصان مباشرة بزيادة النسبة الباعية، اما عندما يكون قيمة عدد دارسي ($Da=10^{-6}$) فان عدد نسلت يزداد بزيادة النسبة الباعية الى قيمة معينة ثم يبدأ بالنقصان وهذا يكون عندما يكون عدد رالي المطور ($Ra^* < 700$). تم الحصول على اعلى عدد نسلت من الشكل عند عدد رالي المطور ($Ra^*=1000$) ولجميع قيم عدد دارسي هو عند النسبة الباعية $A=0.5$. اما اعلى عدد نسلت تم الحصول عليه من الشكل عند عدد رالي المطور ($Ra^*=500$) ولجميع قيم عدد دارسي هو عند النسبة الباعية $A=1.0$ اي ان لكل عدد رالي المطور وعدد دارسي ثابت هناك نسبة باعية يحدث فيها اعلى عدد نسلت.



شكل (١٤): يوضح تغير عدد نسلت مع النسبة الباعية ولقيم مختلفة من عدد رالي المطور وعدد دارسي



يوضح الشكل (١٦) تغير عدد نسلت مع عدد دارسي ولقيم مختلفة من النسبة الباعية وعدد رالي المطور، حيث يلاحظ من الشكلين ان تاثير زيادة عدد دارسي من 10^{-6} الى 10^{-5} يكون ذا تاثير قليل ولجميع قيم عدد رالي المطور والنسبة الباعية، اما في حالة زيادة عدد دارسي من 10^{-5} الى 10^{-4} يكون ذا تاثير اكبر بالنسبة للنسب الباعية $2 \geq A$ ويقل هذا التاثير عند زيادة النسبة الباعية وعدد رالي المطور.



Ra=1000

Ra=500

شكل (١٦): يوضح تغير عدد نسلت مع عدد دارسي ولمختلف قيم النسبة الباعية وعدد رالي المطور

النتائج الإحصائية:

تم في هذا الجزء إيجاد علاقة مفيدة وملائمة لإيجاد معدل انتقال الحرارة من النتائج التي تم الحصول عليها، وهذه العلاقة تخص عدد نسلت المتغير مع المعاملات المتغيرة الأخرى وهذه العلاقة صالحة ضمن الحدود المأخوذة لتلك المتغيرات المبينة مسبقاً. نتمن هذه العلاقة على أساس أقل مجموع مربع الخطأ SSE والذي يساوي الفرق بين القيم الملاحظة والقيم المتنبأ بها وأعظم معامل العلاقة معامل الارتباط (R^2) اي نسبة الموثوقية والذي يساوي نسبة (variance, accounted) كلما كانت قيمة R كبيرة اي قريبة من العدد واحد كلما كانت القيم المحصلة من المعادلة صحيحة. لقد طبق التحليل الإحصائي على برنامج إحصائي (Statistic Soft ware) وهذه المعادلة فرضت على أنها غير خطية وباستخدام طريقة كاوس نيوتن يتم إيجاد اسس هذه المتغيرات وهي على النحو الآتي :

$$Nu = 0.112875 * A^{-0.21554} * (Ra^*)^{0.678313} * (Da)^{-0.1127} \quad (R=0.97625, \text{ SSE}=101.59033)$$

الاستنتاجات:

تم دراسة انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي لحيز مستطيل ومربع الشكل مملوء بوسط مسامي مشبع ثنائي البعد مستقر مع الزمن الجدران الأفقيين معزولين اما الجدران العموديان فذو درجات حرارة ثابتة ومختلفة. يمكن تلخيص الاستنتاجات لهذه الدراسة كما يأتي:

١. بنية الجريان تكون معتمدة بشكل كبير على النسبة الباعية، حيث شملت بنية الجريان ظهور الجريان المتعدد الخلايا وهذا يكون للنسب الباعية ($A < 1$) واختفاء هذا النوع من الجريان عندما تكون قيمة النسبة الباعية ($A \geq 1$)، فضلا عن زيادة ترافقية اللب وظهور الطبقة المتاخمة عند الجدران العمودية بزيادة النسبة الباعية او زيادة عدد رالي المطور او في حالة نقصان عدد دارسي.

٢. زيادة عدد نسلت بزيادة عدد رالي المطور والنسبة الباعية او نقصان عدد دارسي عدا الحالة التي يظهر فيها جريان طبقي متاخم، فضلا عن ان لكل عدد رالي المطور وقيمة عدد دارسي ثابت هناك نسبة باعية واحدة يحدث فيها اعلى عدد نسلت.

٣. ان تأثير تغير قيمة عدد دارسي من (10^{-6}) الى (10^{-5}) على عدد نسلت ولجميع قيم عدد رالي المطور والنسبة الباعية يكون قليل ويزداد هذا التأثير عند زيادة قيمة عدد دارسي الى (10^{-4}) . تعتبر قيمة عدد دارسي $(Da = 10^{-6})$ هي القيمة الحرجة بين الحالة اللادارسية والحالة الدارسية. لقيمة ثابتة من عدد دارسي، اي زيادة في النسبة الباعية تؤدي الى ظهور الطبقة المتاخمة عند عدد رالي مطور اقل، فضلا عن ان زيادة عدد دارسي يعزز من ظهور الطبقة المتاخمة، كما ان تأثير عدد دارسي يقل عند زيادة النسبة الباعية

٤. تم الحصول على معادلة احصائية لحساب معدل انتقال الحرارة والمتمثلة بعدد نسلت مع متغيرات المسالة، حيث لوحظ ان معدل انتقال الحرارة هو دالة قوية من عدد رالي المطور والنسبة الباعية.

المصادر:

- 1- Bejan , A . , “*Convection Heat Transfer*”, Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- 2-Kaviany M. “*Principles of Heat Transfer in Porous Media*”, Chap.1-2, Second edition, 1998.
- 3-Degam G., & Vasseur P., “ Boundary Layer Regime in a Vertical Porous Layer With Anisotropic Permeability and Boundary Effect”, *Int.J. Heat and Fluid Flow*, Vol.18, No.3, pp.334-343, Jan 1997 .
- 4-Prasad V., and Kulaki F. A. , “Convective Heat Transfer in a Rectangular Porous Cavity – Effect of Aspect Ratio on Flow Structure and Heat Transfer ” , *Journal of Heat Transfer*, ASME, Vol.106, pp158-165, February 1984 .
- 5-Bejan A. & Kimura S. “ The Boundary Layer Natural Convection Regime in Rectangular Cavity with uniform Heat flux from the side ” *Journal of Heat Transfer* , Vol.106 , pp.98-103 . 1984.
- 6-Lauriat G., & Prasad V., “ Natural Convection in a Vertical Porous Cavity , a Numerical Study for Brinkman-Extended Darcy Formulation”, *J. Heat Transfer* , ASME, Vol.109, pp.688-696, 1987 .
- 7-Nithiarasu P., Seetharamu K.N., & Sundararajan T., “ Numerical Investigation of Buoyancy Driven Flow in a Fluid Saturated non-Darcian Porous Media”, *Int.J. Heat and Mass Transfer* , Vol.24, No.7, pp.1205-1215 Apr 1999 .
- 8-Saeed A.H., “ *Effect of Non-Darcian Flow on Natural Convection in Partitioned Enclosure*” Ph.d. Thesis , University of Mosul 2001.
- 9-Rafae O. M., “Convective Heat Transfer Investigation of non-Darcian flow Structure in a Rectangular Porous Cavity” *Proceeding of Scientific Conference of the 11th for Foundation of Technical Education*, Technical College of Baghdad, Iraq, 23/3/ 2009.

- 10- Nield , D.A., "The Limitation of The Brinkman-Forchhimer Equation in The Modeling Flow in a Saturated Porous Media and at an Interface", *Int. J . Heat and Fluid* ,Vol.12,pp.269-272,1991 .
- 11- Petrila T. &Trif D., " *Basics of Fluid Mechanics an Introduction to Computational Fluid Dynamics*" , Springer science, Boston, 2005.
- 12- Chapra S.C. &Canale R.P., " Numerical Method for Engineer", McGraw-Hill, New York, 2002.