

تطبيق نظرية الحد الأدنى لبثق الطور الصلب للبوليمرات⁺
APPLICATION OF LOWER BOUND THEORY TO SOLID STATE
EXTRUSION OF POLYMERS

فاضل حسين علي^{***}

مهدي هاتف كاظم^{**}

محمد حميد جعفر^{*}

المستخلص:

تم في هذا البحث أيجاد المعادلة المعدلة النظرية التي تحسب الضغط اللازم لبثق البوليمر (p) باستخدام نظرية الحد الأدنى ، ومن ثم مقارنة هذه النتائج مع النتائج العملية للبحث و النتائج النظرية للباحث (Imada) وباختلاف نسب التخصر (R%) و قيم زاوية نصف القالب (α) عند معدل أنفعال مقداره (66×10^{-4} ثا⁻¹). وتم تطبيق نظرية الحد الأدنى التي تفترض توازن القوى من قبل الباحثان (Hoffman and Sach) ، والتي طورت من قبل الباحث (Imada) ، ومن ثم تم تعديل معادلة (Imada) لتأخذ بنظر الاعتبار تأثير كل من معدل الانفعال في أجهاد الانسياب و الشغل الفائض. أظهرت النتائج أن قيم الضغط اللازم لبثق البوليمر في المعادلة المعدلة أعطت توافقاً أفضل للنتائج العملية من معادلة الباحث (Imada) مع زيادة نسبة التخصر و زاوية نصف القالب.

Abstract

In this research , a theoretical modified equation which calculates the required pressure in extrusion process of polymer (p) , has been formulated with use of the lower bound theory. A comparison the results from modified equation and the experimental results and Imada results was made to study the effects of reduction ratios and semi-die angle on the extrusion pressure at the strain rate equal to (66×10^{-4} sec⁻¹) by The lower bound theory which assumes equilibrium of forces was used by (Hoffman and Sach) and it is developed by Imada in order to take the effect of redundant work and strain rate in to consideration. The modified equation gives a better agreement with the experimental results than Imada equation with increase in reduction ratios and semi-die angle.

تاريخ استلام البحث ٢٠٠٤/١٢/٦ ، تاريخ قبول النشر ٢٠٠٥/٥/٤ *

مدرس / المعهد التقني/كوفة *

مدرس مساعد / الكلية التقنية /نجف **

مدرس مساعد / المعهد التقني/كوفة ***

قائمة بالرموز المستخدمة في البحث :

الرمز	الوصف
σ_x	الإجهاد المسلط على عينة البثق باتجاه البثق.
σ_r	ضغط القلب.
π	النسبة الثابتة.
μ	معامل الاحتكاك.
α	زاوية نصف القلب.
μ_i	معامل الاحتكاك الداخلي بين حبيبات المادة.
τ	أجهاد القص الحرج.
σ_n	الإجهاد العمودي المؤثر في مستوى القص.
τ_c	أجهاد القص الحرج اللازم لأحداث الخضوع .
γ	الزاوية المحصورة بين سطح الخضوع و الاتجاه العمودي عليه.
σ_f	إجهاد الانسياب عند انفعال مقداره ε ومعدل انفعال $\dot{e}$
r_0	نصف قطر القلب في بداية التشكيل.
r	نصف قطر القلب في نهاية التشكيل.
ε	الانفعال الحقيقي .
ε_f	معدل الانفعال النهائي .
$\dot{e}$	معدل الانفعال.
σ_y	إجهاد الخضوع .
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	إلجهادات الأساسية .
k	أجهاد الخضوع القصي.

١ - المقدمة

تنتج البوليمرات بكميات ضخمة سنوياً" تصل إلى مليارات الكيلو غرامات في السنة الواحدة ، وهناك عدة آلاف من الانواع للبوليمرات والتي تستعمل كمنتجات نهائية في مجالات متعددة منها صناعة أجزاء السيارات وأواني الطعام في المطابخ والأنابيب بأقطارها المختلفة الخ [١] .

أن تشعب استخدامات البوليمرات يعود إلى خواصها الجيدة وسهولة تداولها و كذلك لكونها اقتصادية أكثر ، لذا فإن أهمية دراسة بثق الطور الصلب للبوليمرات تأتي لتحسين الصفات الميكانيكية و الفيزيائية للمبثوقات بسبب توجه

سلاسل البوليمرات باتجاه تسليط الضغط والذي يؤدي إلى زيادة أجهاد الخضوع و معامل المرونة ونقطة الانصهار [٢]

إن دراسة الشكل الهندسي للقالب " زاوية القالب ، نسبة التخصر" يعد من العوامل المهمة المؤثرة بشكل كبير على قيم ضغط البثق ، لذا فقد درس الباحث (Rodriguez وجماعته) [٣] وآخرون تطبيق تقنية تقسيم البوليمر في منطقة البثق إلى شبكة للحصول على أفضل شكل هندسي للقالب في عملية بثق الطور الصلب للبوليمر. لذا كان من الضروري حساب تأثير الشكل الهندسي للقالب على المعادلات النظرية التي يحسب منها ضغط البثق.

٢. الجزء النظري

إن استخدام نظرية الحد الأدنى [Lower bound theory] في بثق الطور الصلب للبوليمر لحساب الضغط اللازم لعملية البثق (P) بالاعتماد على افتراض توازن القوى المؤثرة على عنصر أو شريحة من المادة خلال الجزء المخروط "المسلوب" من القالب ، شكل "١" حيث يبين القوى المؤثرة على شريحة البوليمر خلال منطقة التشكيل (Deformation Zone) ، وكذلك سلوك البوليمر الذي يتبع نظريات الخضوع التقليدية "نظريتي Trasica و Vonmises للخضوع" وأن أجهاد الخضوع للمادة المبتوقة لا يعتمد على الأنفعال . وتعد طريقة الباحثين (Hoffman and Sach) [٤] أكثر الطرق شيوعاً باستخدام نظرية الحد الأدنى ، إذ بافتراض توازن القوى المؤثرة نحصل على:

$$\pi = \sigma_x \cdot r^2 \cdot \pi + \sigma_r \cdot 2 \pi r (\sigma_x + d\sigma_x) \left(\frac{dr}{\sin a} \right) \dots\dots\dots (1)$$

و بما أن :

$$\epsilon = \ln (r_o / r) \quad \therefore \quad d\epsilon = - 2 dr / r \quad \dots\dots\dots (2)$$

و بتبسيط معادلة (١) و تعويض معادلة (٢) فيها نحصل على:

$$\frac{ds_x}{de} = \sigma_x - \sigma_r (1 + \mu \cot \alpha) \quad \dots\dots\dots (3)$$

المعادلة (٣) هي معادلة الباحثين (Hoffman and Sach) لحساب ضغط البثق (p) باستخدام نظرية الحد الأدنى.

و قد طور الباحث Imada وآخرون [٥،٦] المعادلة (٣) ليتمكنوا من استخدامها مع البوليمرات ، إذ فرضوا معادلات جديدة تم اشتقاقها من نظرية Coulmb للخضوع و هي:

$$\tau_c = \tau + \mu_i \sigma_n \quad \dots\dots\dots (4) \quad \text{(Coulomb eq.)}$$

$$\tan \gamma = \mu_i \quad \dots\dots\dots (5)$$

ويمكن إعادة صياغة معادلة Coulmb بصيغة تتضمن الإجهادات الأساسية (σ1 ، σ2 ، σ3) لتصبح:

$$\frac{1}{2 \cos g} = (\sigma_1 - \sigma_3) + \sin \gamma . (\sigma_1 + \sigma_3) = \tau_c \quad \dots\dots$$

.....(٦)

و بما أن :

$$\sigma_1 = \sigma_y (\varepsilon) \quad [\text{أجهاد الخضوع في حالة الشد}]$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\tau_c = \frac{1 + \sin g}{2 \cos g} s_y (e) \quad \dots\dots(٧)$$

وبتعويض معادلة (٧) في معادلة (٦) نحصل على:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) + \sin \gamma (\sigma_1 + \sigma_3) = (1 + \sin \gamma) . \sigma_y (\varepsilon) \quad \dots\dots\dots(٨)$$

وبافتراض أن حالة الإجهاد في عملية بثق الطور الصلب للبوليمر هي :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = \sigma_x \\ \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_r \end{array} \right\} [\sigma_r < \sigma_x < 0] \quad \dots\dots\dots(٩)$$

وبتعويض معادلة (٩) في معادلة (٨) نحصل على:

$$1. \sigma_r = A [\sigma_x - \sigma_y (\varepsilon)] \quad \dots\dots\dots(١٠)$$

$$A = \frac{1 + \sin g}{1 - \sin g} \quad \text{حيث أن :}$$

وبتعويض معادلة (10) في معادلة (3) نحصل على:

$$s_x = - (1 - B) \int_0^{e_f} s_y . e . e^{Be} . de \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$B = A (1 + \mu \cot \alpha) \quad \text{حيث أن :}$$

$$P = - \sigma_x \quad \text{وبما أن :}$$

أذن معادلة حساب ضغط البثق للبوليمرات هي :

$$p = (1-B) \int_0^{e_f} s_y(e) e^{Be} .de \quad \dots \dots \dots (12)$$

ويمكن حل المعادلة أعلاه بالشكل التالي:

$$p = (1-B) s_y(e) \left[\frac{1}{B} (e^{B \cdot e_f} - 1) \right] \quad \dots \dots \dots (13)$$

٢-١ التعديلات و الإضافات على طريقة الباحث (Imada) في حساب ضغط البثق للبوليمرات.

أن المعادلة (13) للباحث Imada لم تأخذ بالحسبان تأثير معدل الانفعال في أجهاد الانسياب σ_f ، و تأثير الشغل الفائض (Redundant work) حيث أن الشغل الفائض عند بداية القالب و نهاية القالب يعبر عنه بالصيغة التالية التي أوجدها الباحث Pugh [7] و التي تمثل الضغط الفائض:

$$p_R = 2k \left(\frac{a}{\sin^2 a} - \cot a \right) \quad \dots \dots \dots (14)$$

$$k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$$

وبما أن:

وبالتالي فإن الضغط الفائض يكتب بالشكل التالي :

$$p_R = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \left(\frac{a}{\sin^2 a} - \cot a \right) .2 \quad \dots \dots \dots (15)$$

ولدراسة تأثير معدل الانفعال فإنه ممكن أن نعد أجهاد الخضوع دالة للانفعال و معدل الانفعال $\sigma_f(\epsilon, \epsilon')$ لذا فإن المعادلة (15) تكتب بالشكل التالي :

$$p_R = \frac{\sigma_f(e, e')}{\sqrt{3}} \left(\frac{a}{\sin^2 a} - \cot a \right) \quad \dots \dots \dots (16)$$

وأخيرا" فإن المعادلة النهائية المعدلة لحساب ضغط البثق للطور الصلب للبوليمر باستخدام نظرية الحد الأدنى هي :

$$p = (1-B) s_f(e_f, e') \cdot \left[\frac{1}{B} (e^{B e_f} - 1) \right] + p_R \quad \dots \dots \dots (17)$$

٣-١: البوليمر المستخدم في البحث :

أجريت الاختبارات على نوعين من البوليمرات هما البولي أثلين عالي الكثافة (HDPE) و البولي أثلين واطى الكثافة (LDPE) وذلك لدراسة تطبيق نظرية الحد الأدنى في حساب الضغط اللازم لبتق الطور الصلب للبوليمر. تمتاز هذه البوليمرات بسهولة الحصول عليها كونها متوفرة في معظم المصانع و يمكن معها الحصول على نسب تشكيل "بتق" عالية ، و كذلك تعتبر هذه البوليمرات من اللدائن اللدنة حراريا" و التي تحتاج إلى درجات حرارية قليلة للتشكيل مقارنة" بالأنواع الأخرى من البوليمرات و بالتالي فهذه البوليمرات تحتاج إلى ضغوط بتق واطئة نسبيا".

٣-٢ : اختبار البثق :

تم تحضير جهاز البثق و تهيئته لإجراء عملية البثق بعد اختبار القالب المطلوب من مجموعة القوالب التسعة التي تظهر أبعادها في الجدول (١) و أن هذه القوالب تعطي قيم مختلفة للتخصر Reduction (R) % = [٧١,٣ ، ٥٨,٦٧ ، ٤٣,٧٥ ، ٧,٠١، ٢١,٥٥] و قيم مختلفة لزاوية نصف القالب semi cone angle (α) هي [٧,٥ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠] °. بعد الانتهاء من تثبيت القالب المناسب لعملية البثق للبوليمر ، يتم وضع جهاز البثق على جهاز الضغط من نوع Instron1197 الذي قدرته (٥٠ طن) . و باستخدام زيت التشحيم [Grease oil- c140] كمادة مزيتة.

يحمل جهاز البثق على جهاز الضغط بسرعة لرأس الجهاز (cross head speed) مقدارها ١٠ ملم /دقيقة أي بمعدل انفعال مقداره (١٠x٦٦-٤. انا) ، جهاز الضغط يعطي العلاقة بين الحمل المسلط و حركة المكبس و التي منها يتم احتساب الضغط العملي المطلوب لعملية البثق.

جدول (١) نسب التخصر والزوايا لمجموعة القوالب

نصف زاوية القالب	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٧,٥	١٥	٢٥	٣٠
التخصر	٧,٠١	٢١,٥٥	٤٣,٧٥	٥٨,٦٧	٧١,٣	٤٣,٧٥	٤٣,٧٥	٤٣,٧٥	٤٣,٧٥
القطر النهائي لفتحة القالب (mm)	١٣,٥	١٢,٤	١٠,٥	٩	٧,٥	١٠,٥	١٠,٥	١٠,٥	١٠,٥

٤ - المناقشة :

نتائج الاختبارات النظرية و العملية التي استهدفت دراسة تأثير زاوية نصف القالب (α) و نسبة التخصر (R %) على ضغط البثق للطور الصلب للبولي أثلين عالي الكثافة و البولي أثلين واطيء الكثافة باستخدام نظرية الحد الأدنى أظهرت من الشكلين (٢، ٣) زيادة الضغط اللازم للبثق مع زيادة نسبة التخصر لكلا البوليمرين في

البحث بثبوت زاوية نصف القالب عند زاوية مقدارها (٢٠°) و لمعدل انفعال مقداره (١٠x٦٦ - ٤ . اثا) وذلك لان زيادة نسبة التخصر تعني زيادة الشغل المتجانس اللازم للتشكيل لكون زيادة نسبة التخصر تعطي زيادة الانفعال الذي يؤدي إلى زيادة إجهاد الانسياب المطلوب للتشكيل نتيجة زيادة التصليد الانفعالي الذي يؤدي إلى زيادة مقاومة السلاسل البوليمرية للتوجه باتجاه تسليط الحمل، وكذلك زيادة نسبة التخصر تؤدي إلى زيادة الاحتكاك بين سطح البوليمر و سطح القالب نتيجة زيادة سطح التلامس.

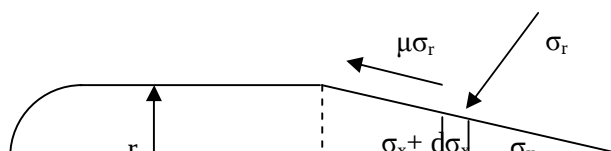
ومن الشكلين أعلاه أيضا" يظهر أن جميع نتائج ضغط البثق النظرية و العملية للبولي اثلين عالي الكثافة (HDPE) أعلى منه للبولي أثلين واطئ الكثافة (LDPE) وذلك لكون إجهاد الخضوع و إجهاد الانسياب للبوليمر (HDPE) أعلى منه للبوليمر (LDPE) المصدر [8] ، بسبب الروابط بين جزيئات السلاسل للبوليمر (HDPE) أعلى و هذه الروابط تعمل كعائق للحمل المسلط و التي تؤدي إلى زيادة إجهاد الخضوع و الانسياب للبولي اثلين عالي الكثافة.

أن قيم ضغط البثق العملية لكلا البوليمرين في الشكلين (٢، ٣) تكون اعلى منه لقيم الضغط النظرية مع زيادة نسب التخصر ، وأن نسبة زيادة ضغط البثق العملي عن قيم الضغط النظري للباحث Imada تكون (12%) بينما ضغط البثق النظري للمعادلة المعدلة يعطي اقتراباً أفضل باتجاه الضغط العملي بمقدار (5%) و هذا الاقتراب الجيد نتيجة حساب تأثير كل من معدل الانفعال في إجهاد الانسياب و الشغل الفائض.

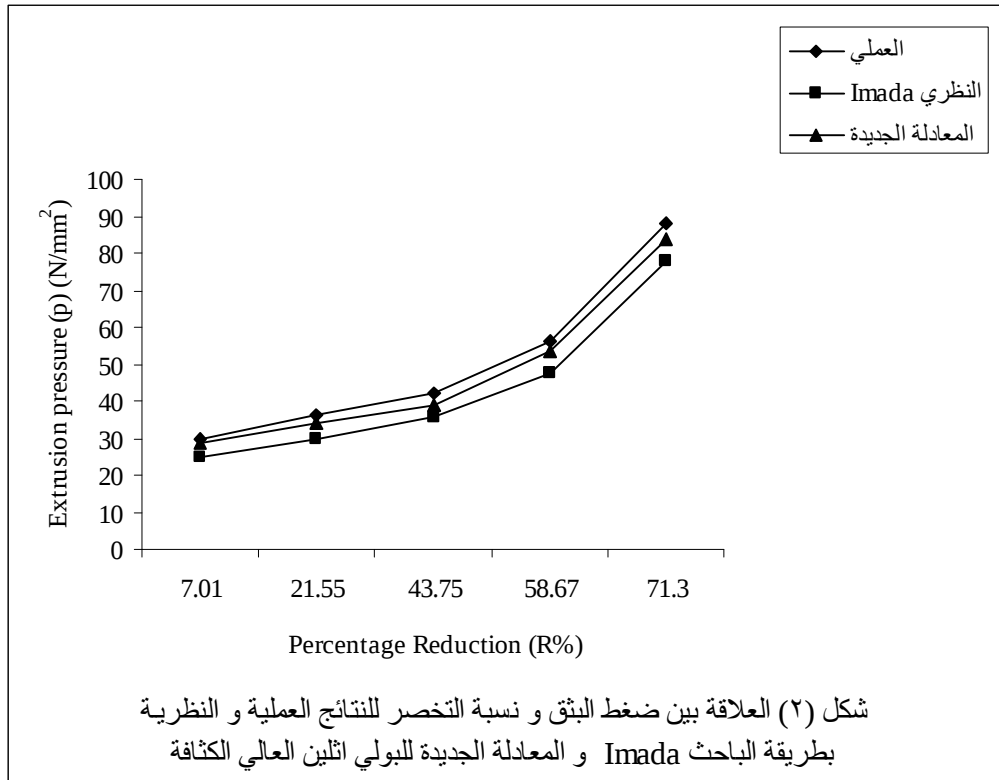
أما الشكلين (٤، ٥) يظهران نقص قيم الضغط اللازم لبثق البوليمرين مع زيادة قيمة زاوية نصف القالب حتى زاوية مقدارها (٢٠°) و ذلك نتيجة نقصان سطح التلامس بين القالب والبوليمر ، أي أن قوة الاحتكاك سوف تقل و بالتالي الضغط اللازم لبثق البوليمر يقل . أما عند زيادة قيمة الزاوية أكثر من (٢٠°) تحدث زيادة في ضغط البثق نتيجة زيادة الالتواءات التي تحصل في اتجاه البوليمر داخل القالب بشكل حاد مما يؤدي إلى زيادة الشغل الفائض الذي يزيد قيم ضغط البثق . ويظهر من الشكلان أيضا" أن الضغط اللازم لبثق البوليمر عمليا" يكون أعلى من الضغط النظري لكلا البوليمرين ، و أن الضغط العملي يزداد بنسبة (٧%) عن الضغط النظري من المعادلة (13) ، في حين أن المعادلة المعدلة تعطي اقتراباً أفضل باتجاه القيم العملية بنسبة تصل إلى (٤%) .

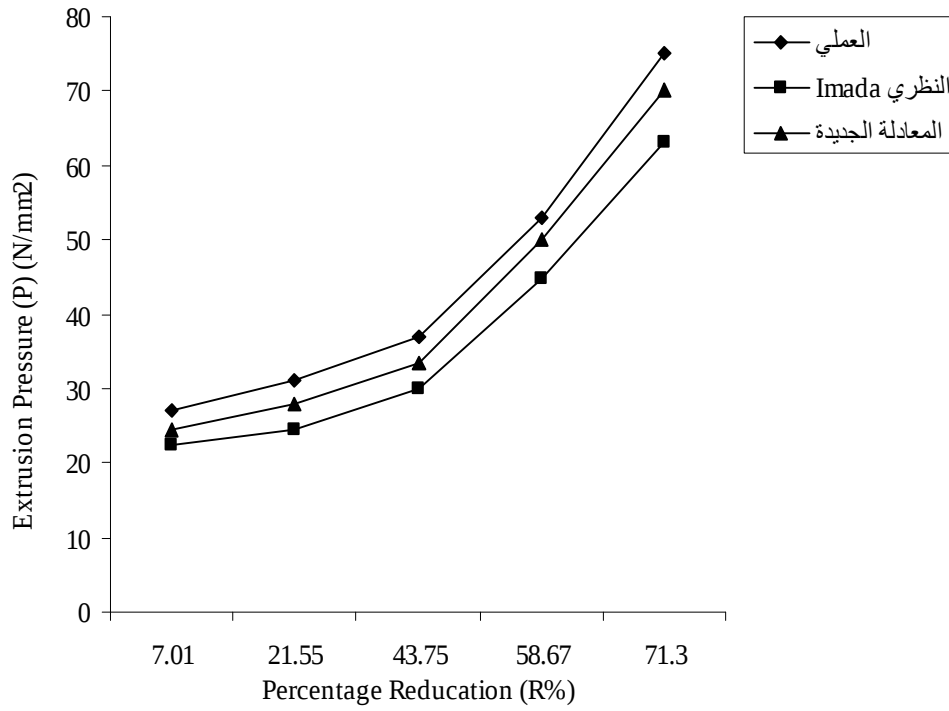
٥ - الاستنتاجات

١. أن ضغط البثق النظري و العملي للبولي اثلين عالي الكثافة أعلى من البولي اثلين واطئ الكثافة.
٢. المعادلة المعدلة رقم (17) أعطت اقتراباً أفضل باتجاه النتائج العملية لحساب الضغط اللازم للبثق من معادلة الباحث Imada مع زيادة نسب التخصر.
٣. زيادة قيم الضغط اللازم لبثق البوليمر " العملية و النظرية " لكلا البوليمرين مع زيادة نسب التخصر.
٤. أفضل زاوية لنصف القالب لبثق البوليمرين في البحث بالقوالب المخروطية المعدنية هي (٢٠°) .
٥. المعادلة المعدلة رقم (17) لحساب الضغط اللازم للبثق أعطت ملائمة أفضل للنتائج العملية من معادلة رقم (13) مع زيادة قيم زاوية نصف القالب

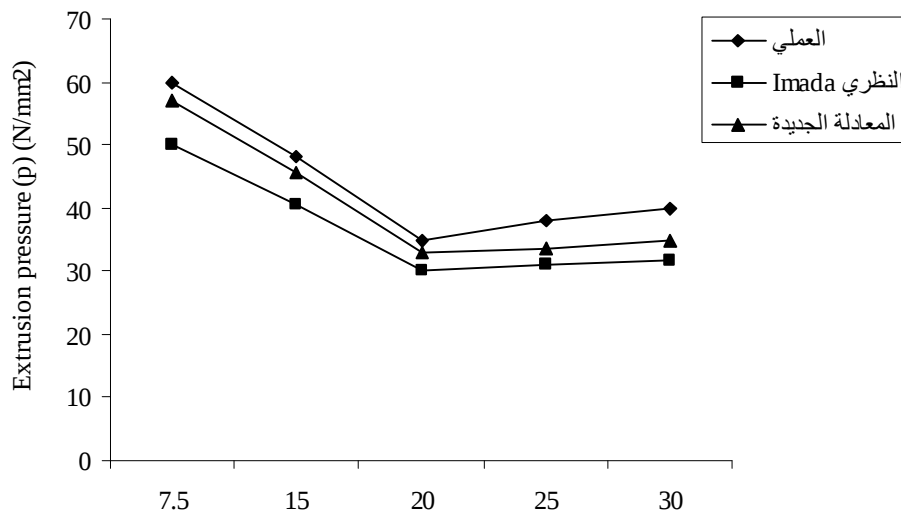


شكل (١) القوى المؤثرة على شريحة البوليمر خلال الجزيء المسلوب من القالب

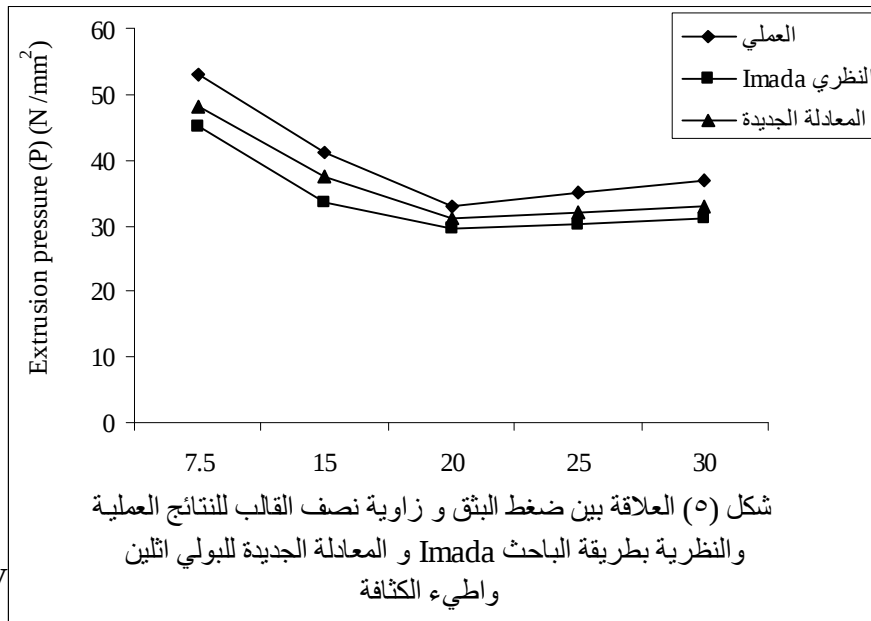




شكل (٣) العلاقة بين ضغط البثق و نسبة التخصر للنتائج العملية و النظرية بطريقة الباحث Imada و المعادلة الجديدة للبولي اثلين الواطيء الكثافة



شكل (٤) العلاقة بين ضغط البثق و زاوية نصف القالب للنتائج العملية و النظرية بطريقة الباحث Imada و المعادلة الجديدة للبولي اثلين عالي الكثافة



المصادر:

1.J.V

University, Hamilton ,
pp 1-3,2001 .

- 2.Yehong , J.coopce white ,and M.E. Mackay “ A novel processing aid for polymer extrusion: Rheology and processing of polyethylene and hyper branched polymer blends “ The society of Rheology , Inc. May /June pp 781 –793, 1999.
- 3-C . Rodriguez ,O. Estrada ,W.Florez and M.P.Noriega “ Polymer Extrusion Dies Modeling and Design using GLD and MCAD systems “University of Medellin , Colombia , 2002.
- 4-O.Hoffman and G.Sachs “ Introduction to the theory of plasticity “ Cmc Graw –Hill , New York and London , 1953.
- 5-K.Imada and M.Takayanagi “ Plastic deformation of HDPE in solid state extrusion “,Int-J.polymeric Mater ,Vol. 2 ,pp 89 – 104, 1973.
- 6-K.Imada Nakamura and M.Takayanagi “ Analysis of solid –state extrusion process of polymeric materials by pressure dependent yield criteria “ Int.J.Polymeric . Mater ., Vol. 3 pp 23-28,1974.
- 7-H.L.I.D Pugh ,” Mechanical Behavior of materials under pressure “ ,(Elsevier ,Amsterdam, 1970) .
- 8-J.R.Alkinson and Gbrinson ,” High strength polymers “ ,J.Metals from, Vol. 7 , No. 3 ,pp 131 -142 , 1984.