

تأثير زوايا الهجوم السلبية للألواح المستوية على تكوين فقاعة الانفصال⁺ EFFECT OF NEGATIVE ATTACK ANGLES OF FLAT PLATES ON SEPARATION BUBBLE DEVELOPMENT

محمد سامي أحمد اسماعيل*

المستخلص

تم في البحث الحالي دراسة تأثير زوايا الهجوم السلبية للألواح المستوية على تطور فقاعة انفصال الهواء الحاصلة نتيجة الضغط العكسي المتزايد على السطح السفلي نتيجة ازدياد زاوية الهجوم ، وتم اختيار نوعين من الحافات الأمامية لدراسة هذا التطور وقد استخدم في هذا البحث نظرية الإنفرادية (Singularity method) لمتابعة تطور معامل الضغط .

اما الجانب العملي فتم التركيز فيه على متابعة تطور الفقاعة المتكونة على الألواح وقياس الضغط الستاتي المتولد على الجانب السفلي (الماص) من النموذج ، وقد تم اختيار نوعين من الحافات الأمامية للألواح المستوية وهما الحافة نصف الدائرية وهي محور البحث والحافة الحادة لغرض المقارنة ؛ وأجريت الدراسة العملية داخل نفق هوائي ذي سرعة منخفضة .

وقورنت النتائج العملية لمعاملات الضغط مع نتائج نظرية من نظرية الإنفرادية وقد أظهرت النتائج تقارباً واضحاً عند جميع الزوايا المستخدمة .

Abstract

The paper sheds the light on the effect of the negative attack angles of the flat plates on the development of flow bubble separation as a result of increased inverse back pressure on the lower surface (suction side) . Two shapes : semi circle and sharp leading edges are chosen to study this development . the practical part focuses on bubble development formed on the flat plates and measuring the static pressure generated on the suction side of the sample in a subsonic wind tunnel .

The results of pressure coefficients are compared with the results of the theoretical part of the (singularity method) . The two results show a great agreement .

المقدمة

تعد ظاهرة الانفصال ظاهرة فيزيائية جديرة بالاهتمام لما لتلك السطوح من استخدامات حيث تؤثر على الموائع التي تجري عليها بطريقتين :

- ١- قوة الاحتكاك بين السطح والمائع لوجود لزوجة في المائع .
- ٢- قوة الضغط المتزايد التي تؤثر عند ميلان السطح عن اتجاه الإنسياب الحر معرقلاً مرور التيار وتنقص مقاومة التيار للضغط العكسي المتزايد ثم الانفصال عنه . وقد عد الجريان جهدياً (Potential flow) لاعتماد الجزء النظري من البحث على طريقة الإنفرادية Singularity method .

⁺ تاريخ استلام البحث : ٢٠٠٤/٩/٢٢ ، تاريخ قبول النشر : ٢٠٠٥/١٠/٢٥
* مدرس مساعد / قسم المكنات والمعدات / المعهد التقني بالموصل/الموصل/العراق .

و تفيد البحوث النظرية والتطبيقية أن جريان الهواء على الألواح المستوية ذات الحافات الأمامية الحادة جدا والكليلة جدا (Blunt leading edge) يؤدي غالبا إلى فصل محلي للطبقة المتاخمة للطبقة [م : 2,1] ، وغالبا ما يكون الجريان مضطربا قبل إعادة الإتصال الى السطح وبشكل عام عرضة للإضطراب في الجريان مما يسهل عملية إعادة الإتصال للمجال المنفصل عند زوايا هجوم صغيرة . ووجد أن استخدام الحافة الأمامية الحادة جدا ذات الشكل الأسفيني wedge leading edge يكون حساسا جدا للجريان [م : 7,8] . لذا قد تم تحري تطور الفقاعة المتولدة من الانفصال باختيار أنواع من الحافات الأمامية على أساس حالات يكون فيها التغير واضحا والغاية من هذه الملاحظة لتحديد نوعين هندسيين لأنف الحافة الأمامية (Leading edge nose) وبالتحديد نصف الدائرية والحادة وهاتان الحالتان تعطي مجالا أبعد مايكون عن حالة انفصال التيار عندما تكون اللوحة في وضع الميلان الصفري .

وكانت أهداف البحث الحالي هي :

- ١ - دراسة ظاهرة نشوء وتطور فقاعة الانفصال عند استخدام زوايا هجوم سلبية .
- ٢- دراسة تأثير نوعين من الحافات الأمامية في نوعية الجريان حول الأسطح ونشوء فقاعة الانفصال وهي الحافة الأمامية نصف المستديرة ، والحافة الأمامية الحادة .
- ٣- متابعة تطور معامل الضغط على السطح السفلي مع تغير زوايا الهجوم واجراء مقارنة نظرية باستخدام نظرية الإنفرادية .

قام عدد من الباحثين بدراسة هذه الظاهرة فقد درس الباحث (Pavelka and Tatun) [م: 1] امكانية استغلال الحافة الأمامية لزيادة عامل الرفع وتقليل عامل الكبح ووجد أن استخدام حافة أمامية ذات شكل أسفيني (Wedge leading edge) يجعل الجريان حساسا جدا عند أقل ميلان . وفي [م: 8] وجد أن أفضل شكل هندسي لأنف الحافة الأمامية للحصول على جريان مستقر غير منفصل عندما يكون المقطع في وضع الميلان الصفري $\alpha = 0$ وغير حساس عند الميل القليل هو الأنف النصف دائري Eleptic leading edge والحاد Sharped leading edge . أما الباحث (Metha) [م : 2] فقد درس تأثير ثلاثة أشكال لأنف مقطع الحافة الأمامية في شدة الدوامات وتبين أن شدة الدوامة تزداد مع كلاله (Bluntness) الأنف .

ومثل الباحثان (Peter&Barry) [م : 3] ميل المقطع بالدوامات وسمكه بالمنايع وبين أن موقع نقطة الانفصال تتغير بميل المقطع وليس بمقدار تغير سرعة التيار المار على السطح. أما الباحثان (Bastedo & Muller) [م : 4] فقد درسا خواص المقطع عند رقم رينولدز متغير فعند رقم رينولدز منخفض تتكون فقاعة بسرعة على السطح العلوي عند زاوية هجوم $\alpha = 7$ مسببة رفعا عاليا وانخفاضاً بالكبح .

أما الباحثان (Massassa & Papailiou) [م : 5] فسعى إلى إيجاد طريقة يمكن بواسطتها تحديد نقطة الانفصال المضطرب وتطور الطبقة المنفصلة المضطربة . ولغرض تجاوز المشاكل العددية والإنفرادية فقد افترض توزيع السرعة إذ أن الانفصال يثار بتباطؤ خطي كذلك يثار بتعجيل خطي لغرض إعادة الإتصال وذلك عند نقطتي الانفصال وإعادة الإتصال وكانت النتائج النظرية مثالية كما في البحث الحالي .

العمل المختبري :

يتضمن العمل المختبري من البحث اتجاهين الأول : تصنيع نموذجين رقيقين ذي مواصفات دقيقة فهما بسمك

mm وطول كل منهما 18 cm وعرض 32 cm أما نصف قطر أنف الحافة الأمامية نصف الدائرية فكان 1.0 mm والحادة 0.2 mm على التوالي الشكل (3) .

وتم شق 11 مجرى على الجانب العلوي (الجانب الضغطي) وعلى جهة واحدة من منتصف الباع Span إلى إحدى جهتي النموذج لتلتقي جميعا في عرض لا يتجاوز 2 cm وكان المجرى الواحد بعرض 1.8mm كما موضح في الشكل 16 . وعمق 1.6 mm وتم تنقيب نهايات المجاري للحصول على نقاط قياس الضغط وقد مدت أنابيب فولاذية بقطر خارجي مقداره 1.4 mm و قطر داخلي 1.0 mm وتم لي رؤوس الأنابيب لإدخالها في الثقوب ومدها في المجاري ومن ثم تثبيتها بمادة Devecon – B وأصبحت مع النحاس قطعة واحدة وربطت الأنابيب في حلقة قطرها 2 cm وبعد صقلها أصبحت سطحها ناعما جدا .

ووصلت الأنابيب الفولاذية بأنابيب مطاطية إلى مانومترات لتحسس الضغط الحاصل عند كل نقطة ؛ ولكل من النموذجين حافة أمامية مختلفة ، الأول ذو حافة أمامية نصف دائرية والثاني حادة واستخدم النموذجان لقياس توزيع الضغط على سطحيهما عند زوايا هجوم مختلفة وتحديد حجم الفقاعة لكل نموذج شكل 16 .

أما الإتجاه الثاني : فتم تحويل نفق الهواء تحت الصوتي شكل 18 الذي تبلغ أقصى سرعة للهواء فيه 40 م / ثا ماص للهواء ذي منقلة لقياس زوايا ميل المقطع النموذج إذ تم تصنيع حيز للإختبار بقياس $0.305 * 0.305$ (0.61 meters) وجهيه الجانبيين من البلاستيك الشفاف (البريسبيكس) لمراقبة تطور الفقاعة ، ومن أسفل الحيز فتحة مستطيلة لتحريك مكروميتر الأعماق وتمتد أفقيا على طول النموذج وهناك فتحة أمام الفتحة الأولى لتثبيت انبوب بيتو – ساكن Static Pitot tube لقياس سرعة الإنسياب الحر . واستخدمت طريقة الخيط المعلق في نهاية مكروميتر الأعماق لتحديد حجم الفقاعة ونقطة الانفصال وإعادة الإتصال والإضطراب الإضافي الشكل 17 . وقد تم حساب معامل الضغط من القياسات العملية حسب العلاقة التالية :

$$C_p = (H_n - H_s) / (H - H_s)$$

حيث H_n : الضغط عند نقاط القياس على النموذج

H_s , H : الضغط الكلي والستاتي للمائع الحر

أما السرعة السطحية فتم حسابها بالعلاقة التالية :

$$V_s = U_{\infty} \sqrt{1 - C_p}$$

حيث U_{∞} سرعة الإنسياب الحر .

التحليل النظري :

إن مجال الجريان الجهدي (Potential flow) قد تم حسابه باستخدام برنامج عددي [م : 6,8] صمم لإعطاء تفاصيل دقيقة في مجال الانفصال عند الحافة الأمامية اعتمادا على نظرية الإنفرادية وتم اعتبار الحافة الأمامية هي الجزء الأهم في السطح ككل والذي كان بطول L وسماك t حيث $L / t = 50$ وحافة خلفية كلية كما أن تأثير الحافة الخلفية على الجريان عند الحافة الأمامية كان مهملا تماما .

نظرية الإنفرادية Singularity method

هي إحدى الطرق المستخدمة لتمثيل سمك المقطع بواسطة منابع Sources وأغوار Sinks وتمثيل ميل المقطع بواسطة دوامات Vortices ويمكن بهذه الطريقة دراسة جريان المائع الجهدي Potential flow على سطوح المقاطع .

وحسب هذه الطريقة يمكن حساب شدة المنابع والأغوار على طول وتر المقطع وشدة الدوامات الناتجة من زاوية ميل المقطع [م : 6] وحسب معادلة الإستمرارية فإن شدة المنبع أو الغور يصبح :

$$q(x) = U_{\infty} dt / dx + u \cdot dt / dx \quad \text{----- (1)}$$

u : السرعة المحتثة للمنبع أو الغور

dx/dt : تغير سمك المقطع نسبة إلى طوله (أي طول الوتر) ، ويمكن حسابه بقياس بعد النقاط الواقعة على سطحي المقطع عن خط الوتر وتمثل $t(x)$ ، وتستخدم في المعادلة التالية :

$$t(x) = F_1(x) + F_2(x) \quad \text{----- (2)}$$

أما $F_1(x)$ فهي دالة تحليلية تحسب من نصف قطر أنف المقطع r والمسافة على الإحداثي السيني :

$$F_1(x) = \sqrt{2 \cdot r \cdot x} \quad \text{----- (3)}$$

و $F_2(x)$ هي الفرق بين سمك المقطع والدالة التحليلية

وتم الحصول على معاملات $F_2(x)$ بعد رسمها بشكل علاقة غير بعيدية مع طول الوتر اللابيدي كما في الأشكال 1,2,3,4 وكانت المعادلة التي تضم المعاملات للنموذج نصف المستدير للحافة الأمامية :

$$F_2(x) = 0.00273 + 0.424 (x / 0.03) - 0.6311 (x / 0.03)^2 + 0.2168 (x / 0.03)^3 \quad \text{----- (4)} \quad \text{for } x < 0.03$$

$$F_2(x) = -0.0298 - 1.4317 (x) + 0.47109 (x)^2 \quad \text{----- (5)} \quad x > 0.03$$

أما النموذج الحاد للحافة الأمامية :

$$F_2(x) = 0.00272 + 1.7307 (x / 0.02) - 1.099 (x / 0.02)^2 \quad \text{----- (6)} \quad x < 0.02$$

$$F_2(x) = 0.4379 - 2.799 (x / 1.2) + 1.2601 (x / 1.2)^2 \quad \text{----- (7)} \quad x > 0.02$$

أما قيمة dt / dx فتحسب من تفاصيل المعدلة 2

وقد أمكن تمثيل السطح المستوي ذي السمك الثابت بمنابع ثابتة الشدة حيث :

$$q(\xi) = Q \quad \text{----- (8)}$$

باعتبار أن ξ أي إحداثي سيني متحرك على المحور الأفقي (x) وبعد مرور تيار الهواء عبر السطح فإن تغيرات في السرعة المحلية تحدث وتتبعها تغيرات ضغطية ويصبح معامل الضغط :

$$C_p = (1 - V_s / U_{\infty})^2 \quad \text{----- (9)}$$

وتحسب V_s عن طريق مركباتها الأفقية والعمودية ، فالمركبة الأفقية :

$$u = (1 / 2 \cdot \pi) \cdot \int [q(\xi) \cdot (x - \xi) d\xi / (x - \xi)^2 + y^2] \quad \text{----- (10)}$$

والمركبة العمودية W_s

$$W_s = (1 / 2 \cdot \pi) \cdot \int [q(\xi) \cdot y \cdot d\xi / (x - \xi)^2 + y^2] \quad \text{----- (11)}$$

$$V_s = \sqrt{u^2 + W_s^2} \quad \text{----- (12)}$$

أما الإنسياب المفصول على طول السطح الذي يحدث عليه الانفصال فقد تم تمثيله بتوزيع منابع إضافية على طول الوتر (chord) بفرض ان سمك السطح قليل مقارنة بطبقة الانفصال .
وبعد الحصول على موقع نقطة الانفصال من القياسات العملية يتم تزويدها بالبرنامج الخاص بالبحث للحصول على شدة المنبع الإضافي بالمعادلة رقم 13 :

$$q_a = \sqrt{(v_{sep})^2 - (v_s)^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

v_{sep} بفرض أن سرعة الإنسياب عند نقطة الانفصال والتي تحسب بواسطة البرنامج هي:



المنافشة :

١- توضيح الأشكال (5-11) مقارنة بين معاملات الضغط النظري C_{pth} والعملية للأنف نصف المستدير C_{pr} والحاد C_{ps} على الجانب السفلي حيث يبدو أن التطابق كان كبيراً خصوصاً بعد الحافة الأمامية وذلك لعدم مقدرة قياس الضغط عملياً عند الحافة الأمامية مباشرة .

٢- أن الحافة الأمامية ذات الأنف الحاد تسبب عند زاوية الميلان الصفري انخفاضاً في الضغط أكبر مما تسببه الحافة الأمامية ذات الأنف نصف المستدير وذلك لتشابه الحافة الحادة بإسفين إذ أن التخلخل الحاصل يكون أكبر ومعامل الضغط أقل شكل (5) .

ومن الملاحظ أن ظاهرة انخفاض معامل الضغط في الحافة الأمامية الحادة أكثر من نصف المستديرة وتسري عند استخدام زوايا هجوم خصوصاً الصغيرة منها إذ تبدو واضحة عند زوايا هجوم 3° , 4° شكل (5-6-7) .

٣- على الرغم من أن التخلخل الحاصل في الحافة الأمامية الحادة أكبر من الحافة نصف المستديرة لكن ظهور الفقاعة كان مبكراً في الحافة نصف المستديرة في الزوايا المتوسطة 5° , 6° , 7° ؛ كما يبدو في الشكل (15) والسبب هو أن الإضطراب الحاصل في حالة الحافة الحادة يكون أعلى مما يسهل دائماً امتزاج الطبقة المتاخمة المنفصلة - أو التي على وشك الانفصال - على إعادة زخمها وإبقائها غير منفصلة أو إعادة اتصالها إن كانت منفصلة بشكل أسرع مما لو كان الانفصال في حالة الحافة نصف المستديرة شكل (14) .

٤- إن صغر الفقاعة في الحافة ذات الأنف الحاد دال دلالة كبيرة على أن الإضطراب أكبر مما في الأنف نصف المستدير عند زاوية الهجوم نفسها وذلك يعني أن الطبقة المتاخمة تمتزج مع الإنسياب الحرماً يزيد زخمها ويحاول إرجاعها إلى السطح ويقلل من ظاهرة انفصالها شكل (14) .

٥- من الملاحظ عند زاوية الميلان الصفري أن الحافة الخلفية ينخفض فيها الضغط في السطح السفلي وسبب ذلك هو أن دوامات الحافة الخلفية - نتيجة وجود حافة خلفية قليلة - تسبب انتقال بعض الهواء من الجانب العلوي إلى الجانب السفلي مسببة تخلخلاً يمكن ملاحظته على مقاييس الضغط شكل (5) .

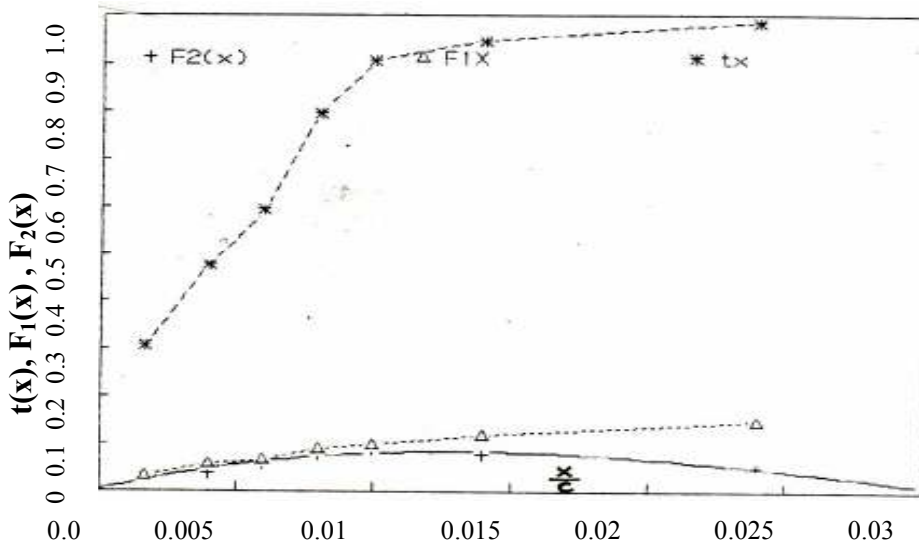
٦- تدل النتائج على أن فقاعة الانفصال تأخر ظهورها في الأنف الحاد عن الأنف نصف المستدير إذ ظهرت الفقاعة عند $\alpha = -3$ ولم تظهر إلا عند $\alpha = -4$ وانفجرت عند $\alpha = -7$ في الأنف النصف مستدير بينما انفجرت عند $\alpha = -8$ في النموذج ذي الأنف الحاد ويعمل هذا ما جاء في النقطة رقم 3 أنفا الشكل (14,15).
٧- يوضح الشكلان (12 و 13) تطور معامل الضغط العملي لكل من النموذجين ذوي الحافات الأمامية نصف المستديرة والحادة على التوالي مما يعطي انطبعا جيدا حول كيفية نشوء الفقاعة في هذه الزوايا .

الاستنتاج

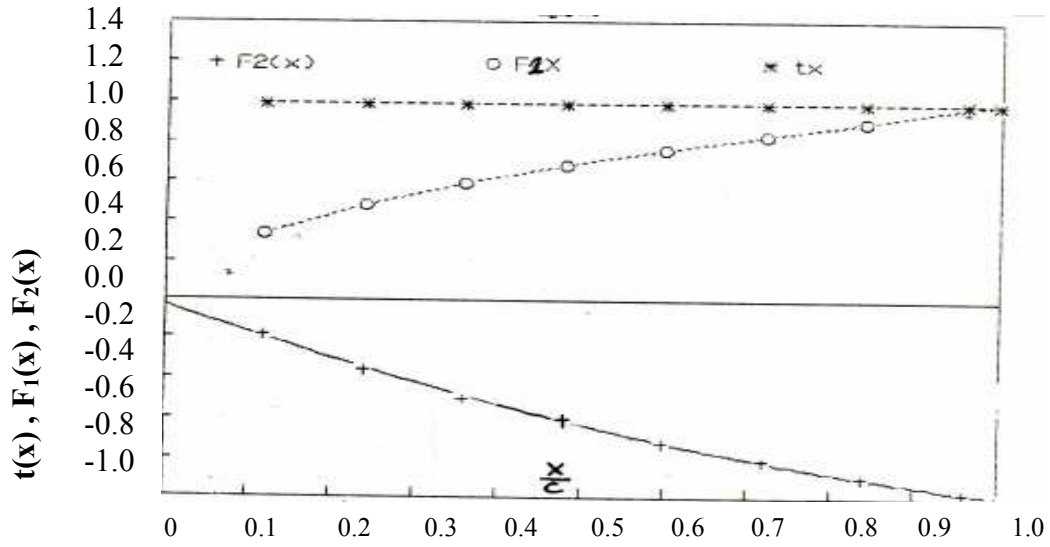
تدل النتائج المثبتة في البحث الحالي على أن فقاعة الانفصال تتولد بصورة مبكرة عند الحافة الأمامية نصف المستديرة ويتأخر ظهورها عند الحافة الأمامية الحادة .

أما اتساعها فيكون أيضا عند الحافة نصف المستديرة أسرع من الحافة الحادة ، ومما يؤيد ذلك بصورة مستمرة هو تطور معامل الضغط على النموذجين إذ أن الضغط في النموذج الحاد الحافة الأمامية أقل من الضغط في النموذج الآخر ، وسبب ذلك هو أن ضغط السرعة عند الإضطراب في النموذج الحاد الحافة الأمامية يكون أقل من ضغط السرعة عند الجريان الأقل اضطرابا (أي النموذج نصف المستدير الحافة الأمامية) .

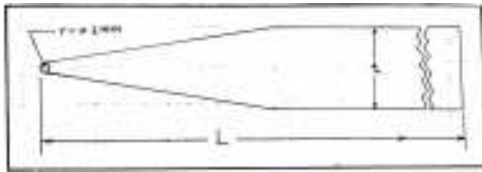
ويبدو واضحا أن فقاعة الانفصال تمتد من دون انفجار في النموذج ذي الأنف نصف المستدير ما بين زاويتي هجوم $\alpha = -3^\circ$ و $\alpha = -7^\circ$ ، أما في النموذج ذي الأنف الحاد فتمتد ما بين زاويتي هجوم $\alpha = -4^\circ$ و $\alpha = -8^\circ$ وهذا يؤدي إلى الإستنتاج بأن توليد سطح انسيابي airfoil كاذب من سطح مستوي ممكن باستخدام هذين النموذجين ويمكن الحصول على النتيجة نفسها في النموذج ذي الأنف نصف المستدير بزوايا هجوم أقل مما في النموذج ذي الأنف الحاد وهذا الإستنتاج يمكن الإستفادة منه بصنع سطوح انسيابية كاذبة بزوايا هجوم سلبية لتوليد فقاعات انفصال أسفل النماذج بمعاملات ضغط منخفض على السطوح السفلية ومرتفع على السطوح العلوية مما يزيد من استقرار النماذج لاستخدامها في الأسطح القلقة والتي تحتاج إلى استقرار عند السرع العالية .



شكل ٢ : الدالة التحليلية للجزء الامامي للنموذج ذي الحافة الامامية نصف المستديرة



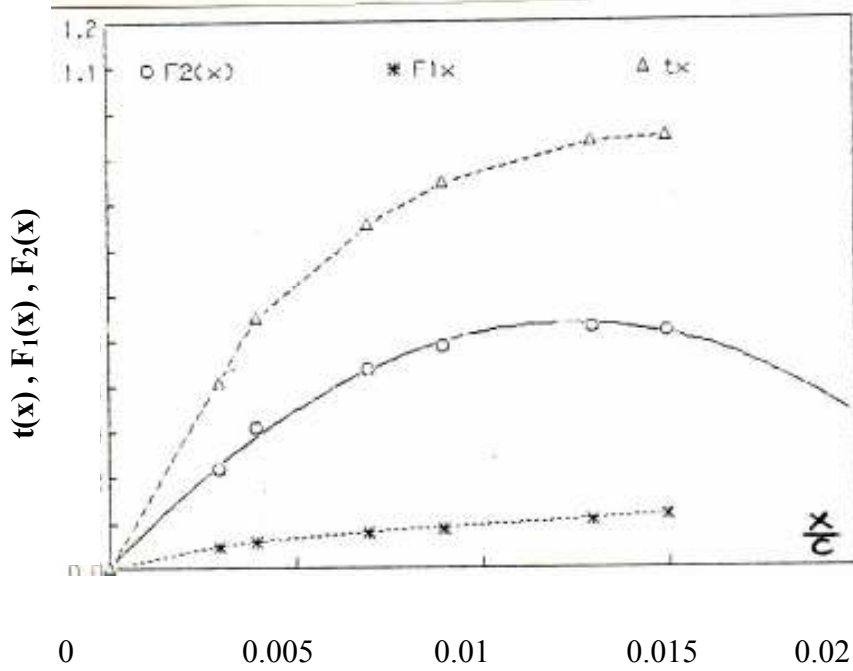
شكل 2a: الدالة التحليلية للجزء الخلفي للنموذج ذي الحافة الأمامية نصف المستديرة



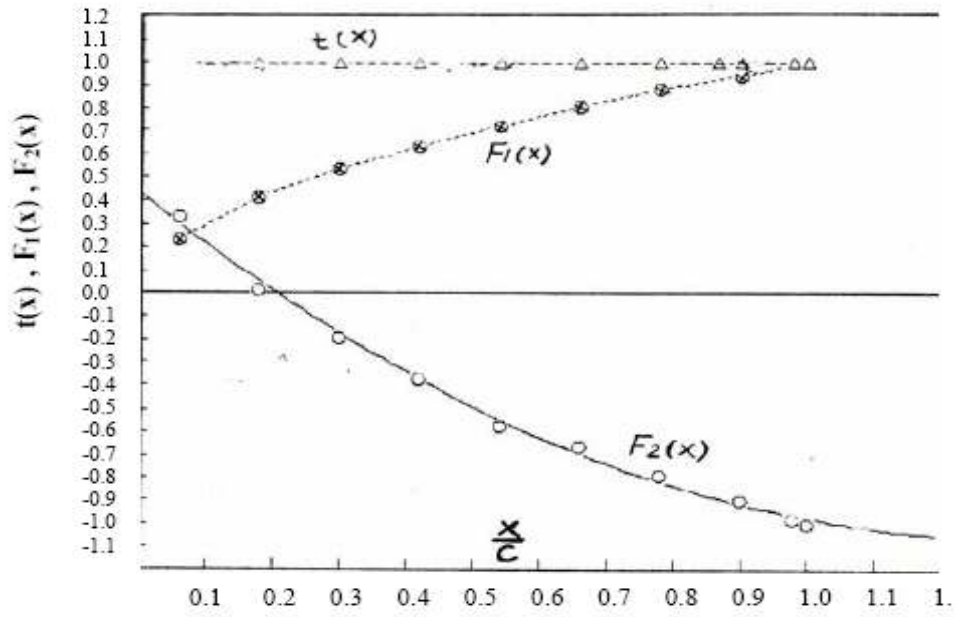
شكل 3b: للنموذج الحاد الحافة الأمامية



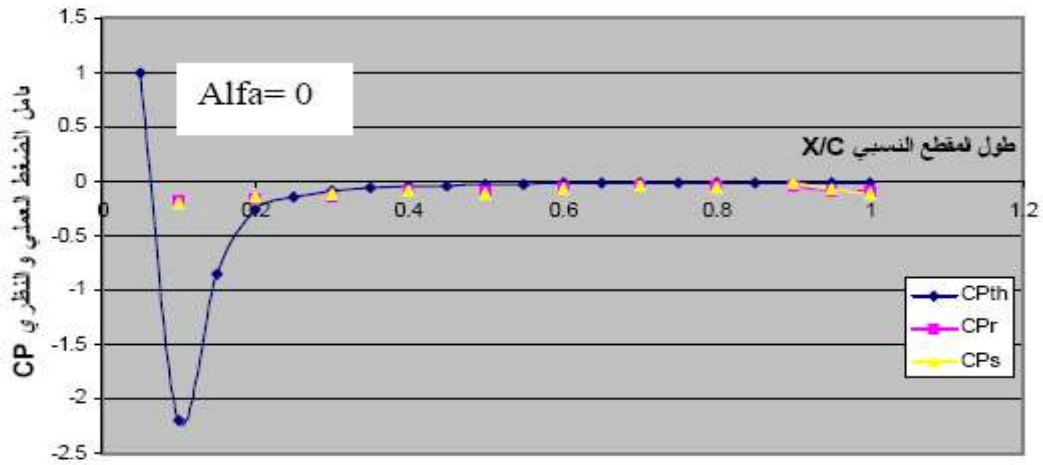
شكل 3a: للنموذج نصف المستدير للحافة الأمامية



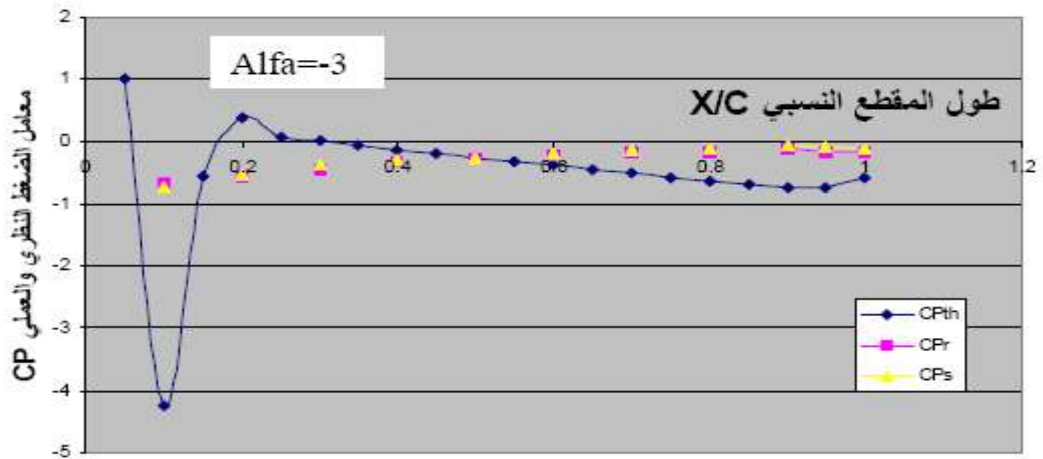
شكل 4: الدالة التحليلية للجزء الأمامي للنموذج ذي الحافة الأمامية الحادة



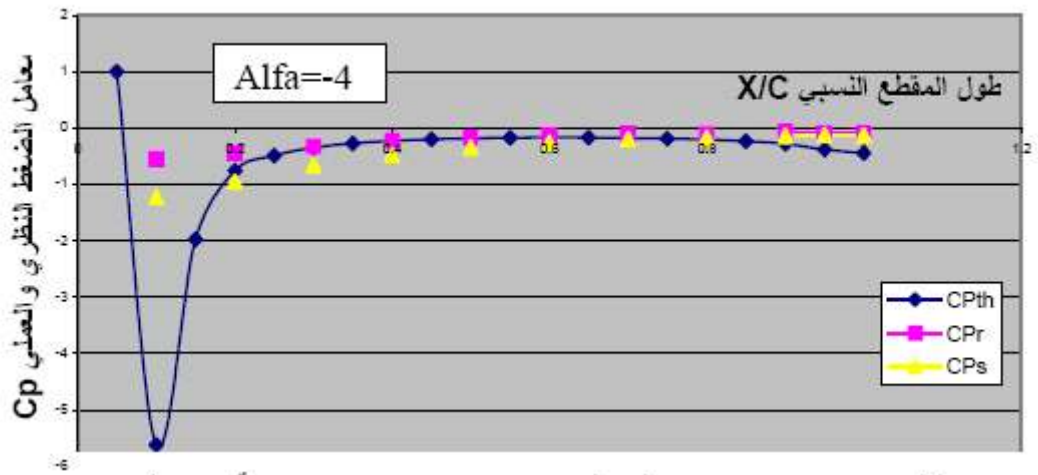
شكل 4a: الدالة التحليلية للجزء الخلفي للنموذج ذي الحافة الأمامية الحادة



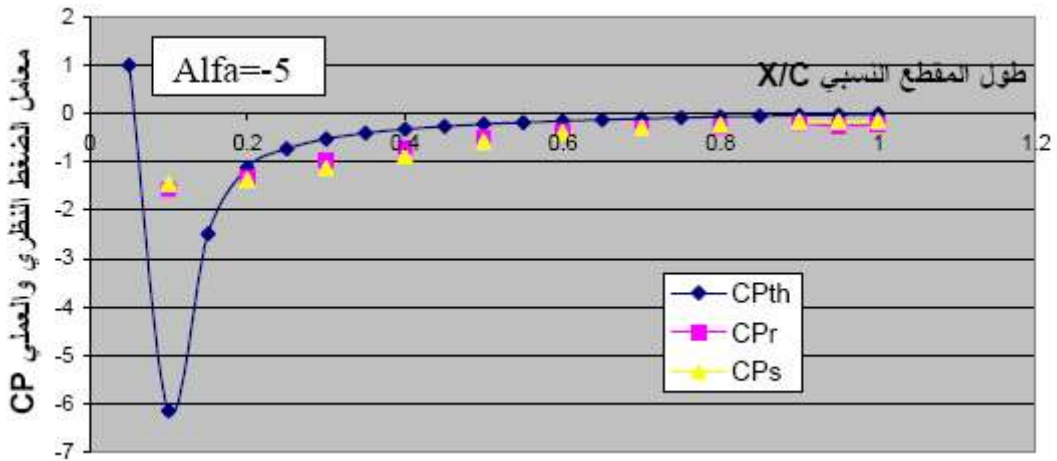
شكل 5: يوضح تغير معامل الضغط النظري والعملي للنموذجين عند زاوية هجوم صفر



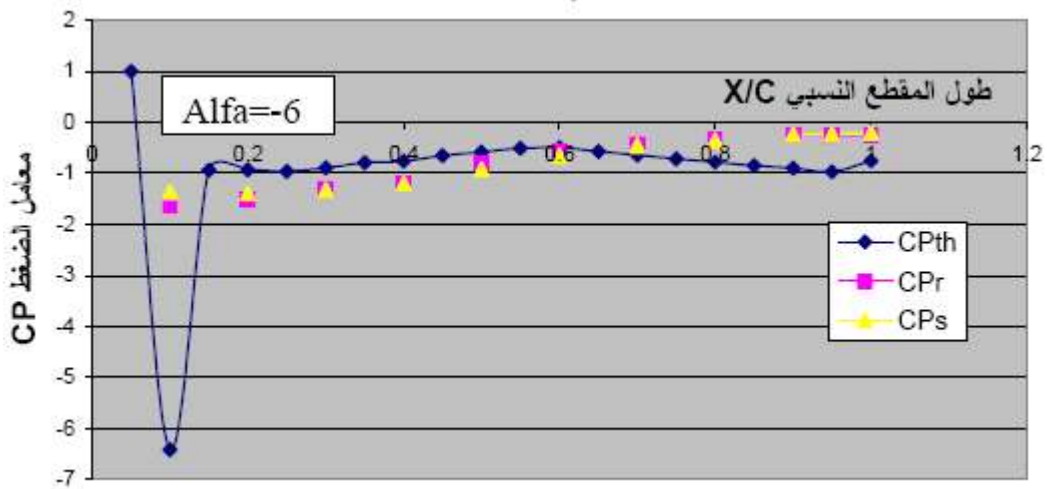
شكل 6: يوضح تغير معامل الضغط النظري والعملي للنموذجين عند زاوية هجوم -3



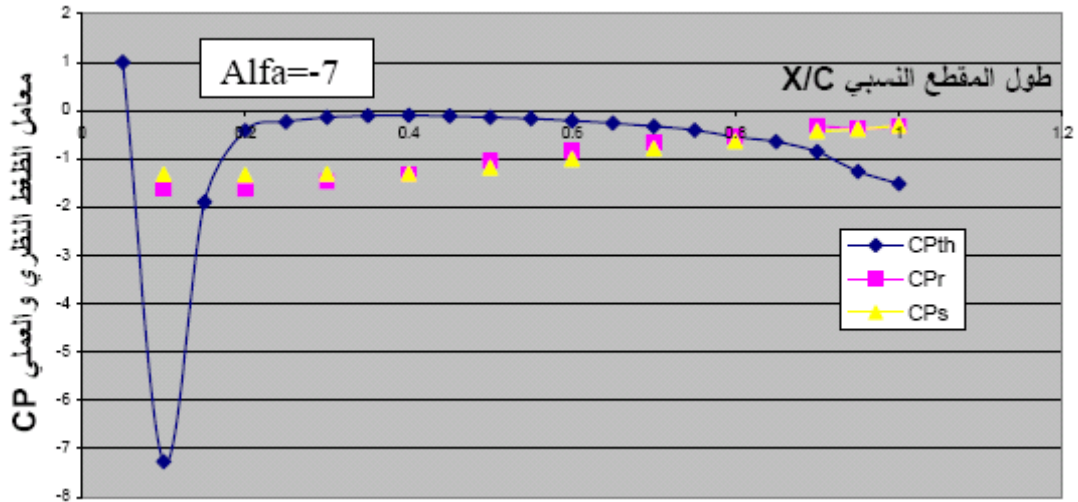
شكل 7: يوضح تغير معامل الضغط النظري والعملي للنموذجين عند زاوية هجوم -4



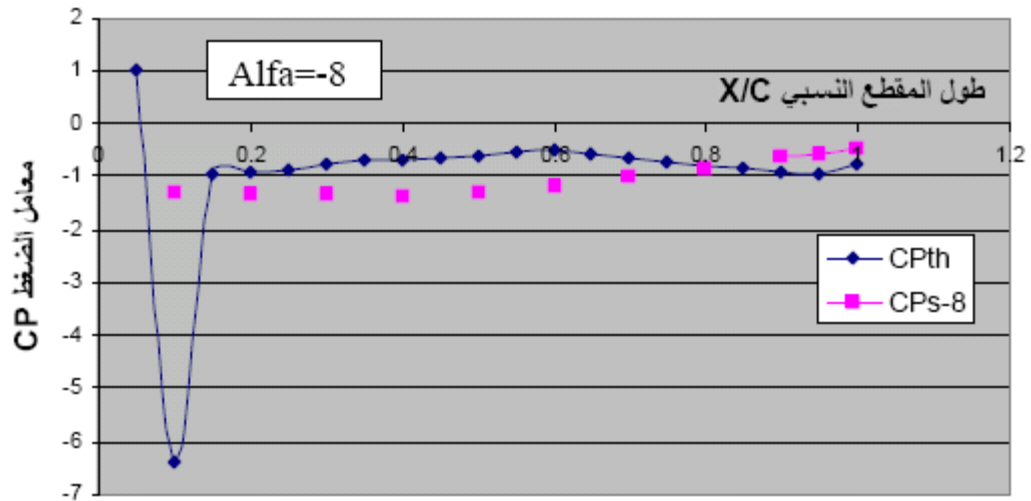
شكل 8: يوضح تغير معامل الضغط النظري والعملي للنموذجين عند زاوية هجوم -5



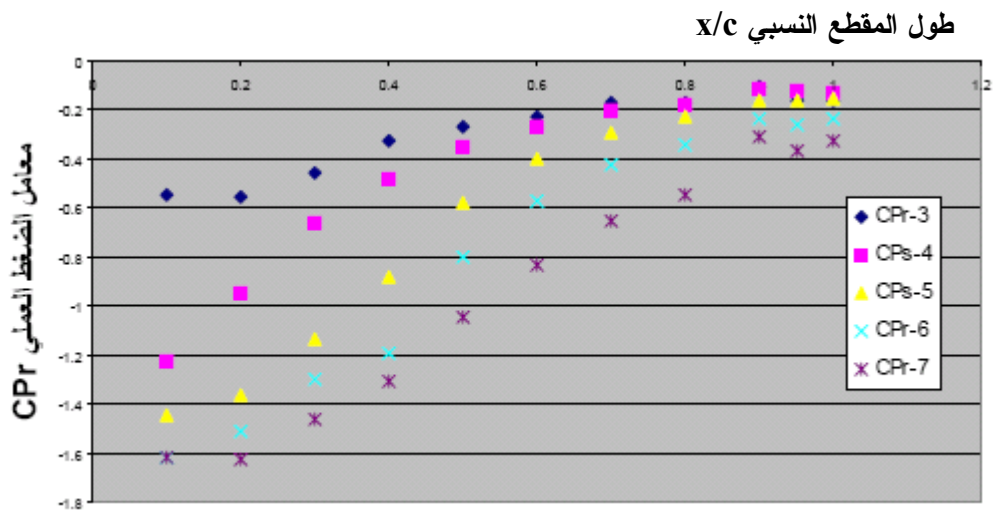
شكل 9: يبين تغير معامل الضغط النظري والعملي للنموذجين عند زاوية هجوم -6



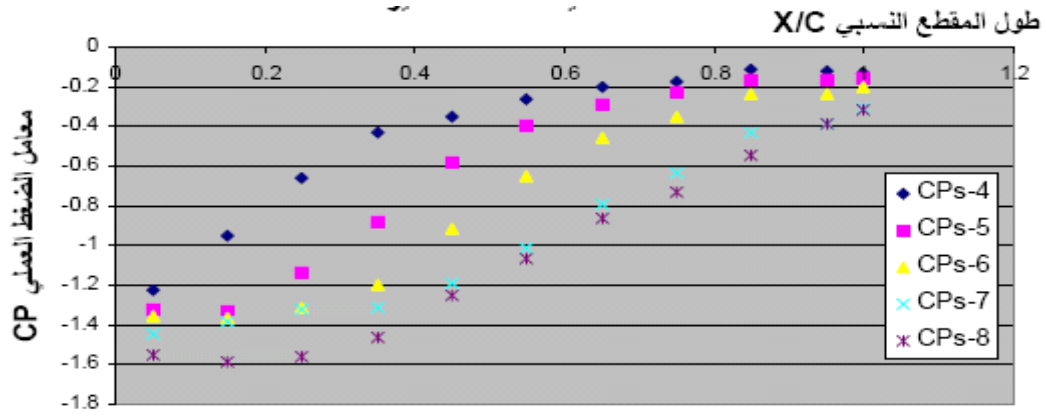
شكل 10: يبين تغير معامل الضغط النظري والعملي للنموذجين عند زاوية هجوم -7



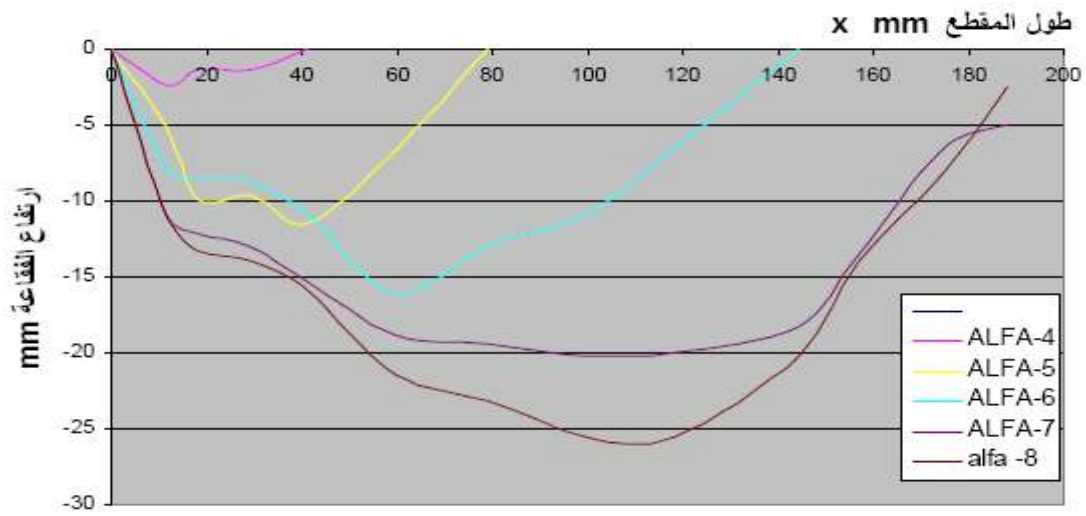
شكل 11: يوضح تغير معامل الضغط النظري والعملي للنموذجين عند زاوية هجوم -8



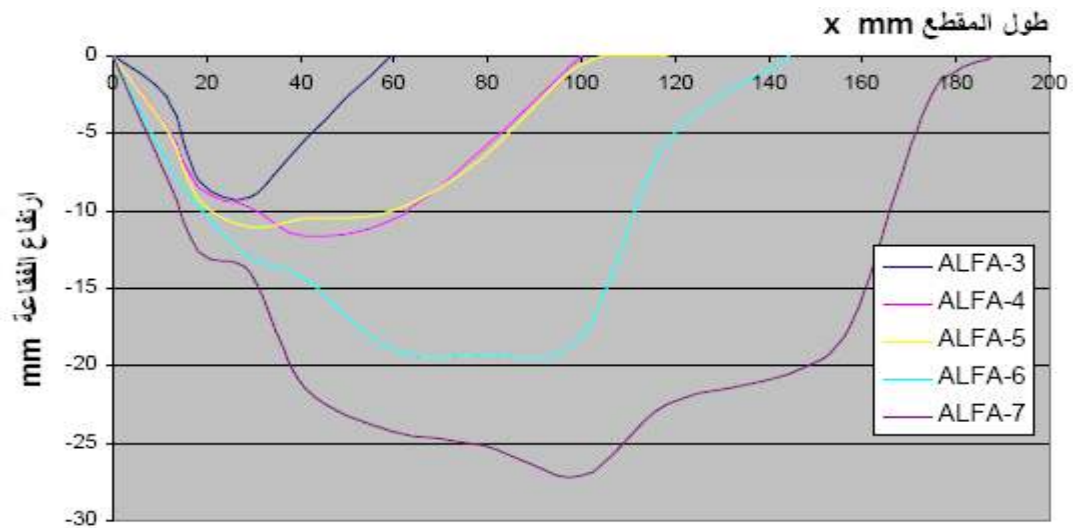
شكل 12: يبين تطور معامل الضغط العملي على طول المقطع ذي الحافة الأمامية نصف المستديرة



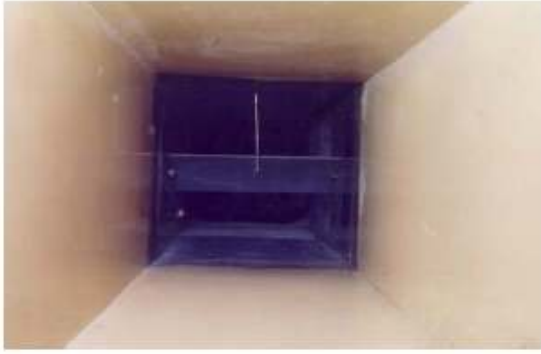
شكل 13: يبين تطور معامل الضغط العملي على طول المقطع ذي الحافة الأمامية الحادة



شكل 14: يوضح تطور فقاعة الانفصال على طول المقطع ذي الأنف الحاد للزوايا السالبة



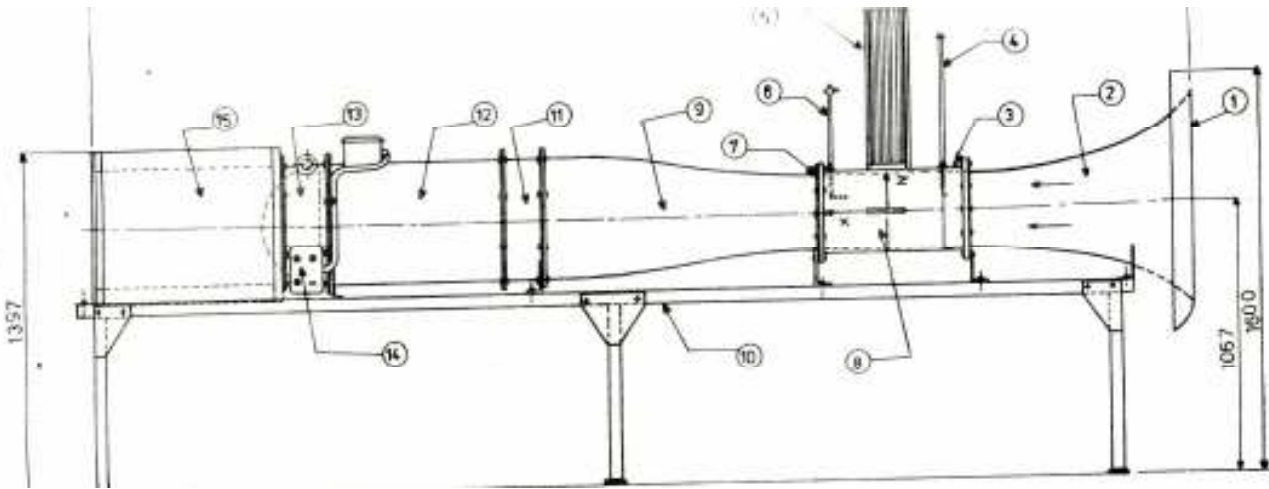
شكل 15: يوضح تطور فقاعة الانفصال على طول المقطع ذي الأنف نصف المستدير



شكل 17: صورة النموذج داخل نفق الهواء



شكل 16 : صورة لأحد النموذجين المستخدمين في البحث



- (9) الناشر
(10) مركز حديدي
(11) مقطع التوصيل بين
الريشة والناشر
(12) الريشة
(13) صمام قرصي مزدوج
(14) يادى التشغيل
(15) القاسم

- (1) شبكة حديدية
(2) المجرى التقاربي
(3) فتحة قياس الضغط الستاتي
(4) انبهة (بيتو)
(5) مانومتر
(6) انبهة (بيتو)
(7) قطعة من الفايبر
(8) مقطع الاختبار

ملاحظة: - القياسات بالمعبر *

شكل 18 : مخطط لنفق الهواء المستخدم

References

- 1- Pavelka & Tatum " Validation of awing leading – edge stall prediction technique" *Air craft journal* ,vol 18 no ; 10 oct 1981
- 2- R.D Metha "Effect of wing nose shape on the flow in awing/ body junction " (*Aeronautical journal* ; December 1984)
- 3- Peter & Barry "Analysis of leading edge separation bubble on aerofoil" *ALLA journal* vol . 14 no ; 11 Nov 1976
- 4- Bastedo & Muller " Spanwise variation of laminar bubbles on wings at low Reynold numbers" *Aircraft journal* vol . 23 no ; 9 sept 1986
- 5- Assas & Papailiou " An integral method for calculating turbulent boundary layer with separation " *journal of fluid engg* vol . 100 march 1979
- 6- S.J .Kadhim & J.W.Railly " Acuracy of representation of an isolated profile by asource distribution" *Research report no 164 University of birmingham* Jan 1978
- 7- J.C.Lane & R.I.Loehrke " Leading edge separation from ablunt plate at low Reynold numbers" *journal of fluid engg* vol . 102 Dec 1980
- ٨- "انفصال التيار على سطوح المقاطع (الواح مستوية ومقوسة) " محمد سامي أحمد اسماعيل / قسم هندسة المكين والمعدات - اطروحة ماجستير ١٩٨٧ / الجامعة التكنولوجية
- 9- "Development of axial turbine leakageloss for two profiled tip geometries using linear cascade data" . Bindon univ of Natal , *journal of turbomachinary* v 114.1 Jan 1992