المقدرات الحصينة لنموذج ARMA(1,1)
(دراسة تجريبية)[+]
ROBUST ESTIMATORS OF ARMA(1,1) MODEL (EMPIRICAL STUDY)

سالم بدر محمد[*] **ناظم عبدالله عبد**[**]

المستخلص: المقدرات الحصينة لنموذج ARMA(1,1) (دراسة تجريبية)

يهدف البحث دراسة طرق التقدير الحصينة لنموذج ARMA(1,1) والمقارنة مع بعض الطرائق التقليدية . مستخدما" المحاكاة في المقارنة .

وقد تبين من خلال الدراسة النظرية والتجريبية أن طريقة المربعات الصغرى (LS) هي أفضل طريقة تقدير عند عدم وجود الشوارد في السلسلة الزمنية . أما في حالة وجود الشوارد فان أفضل طريقة من الطرائق الحصينة هي طريقة (RAMB) .

Abstract :

This research aimes to achieve robust estimation for ARMA(1,1) model in time series from the study of some robust methods and classical methods , through using simulation technique to compare the studied methods .

This study has achieved positive results, most important of which that the traditional Least Square method (LS) is efficient in the case of absence of outliers , but if outliers exist , the best robust method was (RAMB) .

المقدمة:

ان عملية التحليل الإحصائي الدقيق والذي يمكن ان يعتمد عليه في الحصول على استنتاجات يستفاد منها في المجالات المختلفة ، تقتضي عادة توفير بيانات دقيقة حول الظاهرة التي يراد تحليلها إحصائيا" ، فليس من السهولة توفير بيانات خالية من أي ملوثات قد تؤثر على عملية تحليل تلك البيانات ، وخاصة في المجالات التي تكون بياناتها معتمدة على الزمن بسبب ما يمكن ان يحدث من حالات غير متوقعة عبر الزمن .

الملوثات هي تلك القيم التي تكون خارجة عن النسق العام للبيانات مما يجعلها لا تتوافق مع بعض الفرضيات الأساسية الواجب توفرها للنموذج الإحصائي ، وتحليل السلاسل الزمنية حقل يهتم بدراسة الظواهر التي تعتمد على البيانات المتعاقبة زمنيا" ، ووجود الشوارد في السلاسل الزمنية مسألة اعتيادية ويكون لها

[+] **تاريخ استلام البحث : ٢٠٠٦/٤/٢٠ ، تاريخ قبول النشر ٢٠٠٦/٨/٢٢**

[*] مدرس / المعهد التقني الانبار

[**] استاذ مساعد/ المعهد التقني الانبار

تأثير في مسألة التحليل ودقة النتائج في اعتماد الطرائق الاعتيادية لتقدير المعالم ، مما يجعل تلك المقدرات تفقد جزءً من الصفات الجيدة التي يفترض ان تتصف بها حالة عدم وجود شوارد .

ولأجل الحصول على مقدرات تحمل الصفات نفسها المرغوب توفرها في المقدرات الجيدة لابد من استخدام طرائق أخرى غير الطرائق الاعتيادية ، وهذه الطرائق تسمى الطرائق الحصينة Robust Methods وهي التي تكون كفاءة مقدراتها اقرب ما يكون الى كفاءة مقدرات الطرائق الاعتيادية في حالة عدم وجود الشوارد وتكون أكثر كفاءة عند وجود الشوارد .

تعتمد دقة وكفاءة تلك المقدرات على دقة اختيار طريقة التقدير ، إذ ان هناك أسلوبان لدراسة النماذج في حالة وجود الشوارد ، الأول هو الكشف عن وجود الشوارد ومواقعها ومن ثم إزالة تأثيرها ثم القيام بالعملية باستخدام أي من الطرائق الاعتيادية التي تعد مقدراتها حصينة في هذه الحالة ، والثاني هو الاستخدام المباشر لطرائق التقدير الحصينة التي تعتمد أصلا" على بعض الأوزان او الدوال الوزنية المناسبة التي تعمل على جعل المقدرات التي نحصل عليها من هذه الطرائق حصينة .

وسيتم في هذه الدراسة استخدام الاسلوب الثاني اذ يتم اخذ اربعة اشكال من الدوال هي $h_{MB,c}$, $h_{MH,c}$, $h_{HB,c}$, $h_{HH,c}$ كما سيوضح في متن البحث حيث الدالة Mallows او Hampel والدالة الوزنية Beator او Huber اذ الحرف من كل مقطع يعني اسم الدالة عند القيمة (C) .

وقد كتب عدد من الباحثين في هذا المجال منهم :

قد حد [1] هدف المقدرات الحصينة اذ احدث تغيراً بسيطاً في العمليات العشوائية فانه ينتج تغيرا" بسيطا" في توزيع المقدرات .

درس الباحثون[٢] اختبارات الحصانة في السلاسل الزمنية وتطبيقها على عمليات الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى .

فـــي عـــــام ١٩٨٦ قام كل من الباحثين[٣] بدراسة صنفين من المقدرات الحصينة لنماذج (ARMA) .

في عام ١٩٩٧ درس الباحثان[٤] امكانية استخدام الطرائق الحصينة لنماذج المعادلات الانية واقترحا اساليباً لايجاد المقدرات .

في عام ٢٠٠٠ قام الباحث[٥] بدراسة حول المقدرات الحصينة في عمليات الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى AR(1).

في عام ٢٠٠٠ قام الباحث[٦] بدراسة التقدير الحصين لمعامل عملية الانحدار الذاتي من المرتبة الاولى معتمدا" على الطرائق اللامعملية .

هدف البحث :

ان مقدرات الطرائق التقليدية سوف تفقد خصائصها الجيدة او جزءا" منها وهذا يجعلها اقل كفاءة من الطرائق الحصينة المستخدمة في تقدير معالم السلاسل الزمنية المحتوية على شوارد او ملوثات ، ونظرا" لما للمقدرات الحصينة من قدرة على الحفاظ على الخصائص الجيدة لها أكثر من غيرها في حالة وجود الشوارد ، فقد جاءت فكرة هذا البحث لتحاول تحقيق الأهداف التالية :

استخدام بعض طرق المقدرات الحصينة لتقدير المعالم في حالة وجود الشوارد او عدم وجودها والمقارنة مع بعض الطرائق الاخرى وتنفيذها باستخدام المحاكاة .

الفصل الأول (الجانب النظري)

١ - ١ السلاسل الزمنية

ان الكثير من الظواهر في الأعمال والاقتصاد والهندسة والعلوم الطبيعية تتبع في سلوكها نماذج السلاسل الزمنية ، وان التحليل الإحصائي الذي يستخدم في هذه الحالات يسمى عادة بتحليل السلاسل الزمنية[٧] كما ان التحليلات من هذا النوع يجب ان تحقق شروطا" معينة تجعل من التحليل أكثر دقة وصدقا" فيما لو تحققت ، فإذا اعتبرنا ان (x_t) هو متغير مشاهدات لظاهرة معينة ، فان (x_t) قد تحمل بعض الشروط المهمة وقد لا تحملها ، ولذلك تفترض (Z_t) هو التحويل المناسب لـــ (x_t) بواسطة (D) ، إذ أن

$$Z_t = DX_t$$

وان (Z_t) تحقق الشروط الآتية:

- ان العملية العشوائية (Z_t) تكون مستقرة .
- ان التوزيع المشترك لـــ ($Z_1,Z_2,\ldots..,Z_t$) هو التوزيع الطبيعي المتعدد (Multivariate Normal Distribution) .

من أهم خصائص هذا التوزيع ان العزم الأول والعزم الثاني سوف يميزان التوزيع بشكل كامل[٨] بناء" عليه فان

$$(Z_1, Z_2, \ldots, Z_t) \sim N(m, \Sigma)$$

أن m موجه الأوساط الحسابية وان Σ هي مصفوفة التباين المشترك وفق الصيغة التالية :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} V_Z & g_1 & g_2 \ldots\ldots\ldots & & g_{T-1} \\ & V_Z & g_1 \ldots\ldots\ldots & & g_{T-2} \\ & & V_Z \ldots\ldots\ldots & & \\ & & \mathbf{O} & \mathbb{M} & \\ & & & \mathbf{O}\ \mathbb{M} & \\ & & & V_Z & g_1 \\ & & & & V_Z \end{bmatrix}$$

إذ ان $V_Z = g_0$ وان Σ هي مصفوفة متماثلة معرفة موجبة وان g_K هي التباين الذاتي للنموذج بعد الإزاحة (K) عندما $m = 0$

$$g_K = EZ_t Z_{t-K}$$

وإذا فرضنا ان F هي معامل الامتداد الأمامي $F=B^{-1}$ وان (B) هي معامل الارتداد الخلفي . إذ ان

$$F^K Z_t = Z_{t+K} \qquad ;K = 0,1,2,\ldots.$$

فان اعطاء عزمي العملية المستقرة Z_t يكون أسهل بواسطة الدالة المولدة للتباينات المشتركة (AGF) (Auto covariance Generating Function) [8] وفق الصيغة الاتية :

$$g(B,F) = g_0 + \sum_{K=1}^{\infty} g_K \left(B^K + F^K\right) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

وبحساب (g_0) وتحويل هذه الدالة يمكن إيجاد الدالة المولدة للارتباطات المشتركة (ACF) (Auto covariance correlation Function) [8] بالصيغة الاتية :

$$r(B,F) = r_0 + \sum_{K=1}^{\infty} r_K (B^K + F^K) \qquad .....(2)$$

إذ ان $r_K = g_K / g_0$

كما ويمكن القول ان الدالة (AGF) او (ACF) هي الأساس في وجود ما يسمى (Time Domain Analysis) في السلاسل الزمنية وان أول ما يمكن عمله في تحليل السلاسل الزمنية هو تقدير التباين المشترك الذاتي والارتباط الذاتي باستخدام مقدرات العينة ، من اجل عمليات التشخيص والتمكن من تمييز النموذج الملائم من خلال تلك الدوال .

$$\overline{Z} = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} Z_t \qquad .....(3)$$

$$\hat{g}_k = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} (Z_t - \overline{Z})(Z_{t-k} - \overline{Z}) \qquad .....(4)$$

$$\hat{r}_k = \hat{g}_k / \hat{g}_0 \qquad .....(5)$$

إذ ان (T) هي عدد المشاهدات الكلي .

اذا كانت العملية (a_t) ذات وسط حسابي صفر (Zero-mean) وتباين محدد (s_a^2) وذات توزيع طبيعي وأمكن تحت الفروض الطبيعية تمييزها بواسطة $r(B,F)$, V_Z , m_Z ، وكانت دالة (ACF) تحقق الفروض الاتية :

$$r_0 = 1$$

$$r_k = r_{k-1}$$

$$|r_k| < 1 \qquad for \quad k \neq 0$$

$$r_k \to 0 \qquad as \quad k \to \infty$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} |r_k| < \infty$$

فان العملية (a_t) سوف تدعى حينها بعملية الضوضاء البيضاء (White noise process) وهي السلاسل ذات المتغيرات التي تكون متطابقة (تخضع للتوزيع نفسه) مستقلة طبيعية التوزيع (I.I.N.D) (Identically Independently Normally Dist.) .

١ - ٢ النموذج المختلط للانحدار الذاتي والأوساط المتحركة

The mixed Auto Regressive Moving Average Model

قد يكون أقرب تعبير عن السلاسل الزمنية بنموذج ذي أقل عدد من المعلمات ، هو بالنماذج المختلطة لنماذج الانحدار الذاتي مع نماذج الأوساط المتحركة ، ويدعى (ARMA model) ويرمز له بالرمز ARMA(p,q) ويعبر عنه بالصيغة الاتية :

$$Z_t = f_1 Z_{t-1} + ...+ f_p Z_{t-p} + a_t - q_1 a_{t-1} ..... q_q a_{t-q} \qquad .....(6)$$

او

$$f(B) Z_t = q(B) a_t$$

إذ ان

$f(B)$: هي متعددة حدود في (B) لمعالم نموذج الانحدار الذاتي $m = 0$.

$q(B)$: هي متعددة حدود في (B) لمعالم نموذج الأوساط المتحركة $(q_1,.....,q_q)$

ولكي تتوفر الاستقرارية في هذا النموذج يجب ان تكون جذور المعادلة $f_p(B)=0$ هي خارج دائرة الوحدة وكذلك بالنسبة الى القابلية للانعكاس يجب ان تكون جذور المعادلة $q_q(B)=0$ هي خارج دائرة الوحدة ايضا" [9] .

وتكون دالة التباين المشترك والارتباط الذاتي لنموذج ARMA(1,1) وفق الصيغ الاتية:[٣]

$$g_0 = \frac{(1+q_1^2-2f_1q_1)}{(1-f_1^2)}s_a^2 \qquad .....(7)$$

$$g_1 = f_1g_0 - f_1s_a^2 = \frac{(f_1-q_1)(1-f_1q_1)}{(1-f_1^2)}s_a^2 \qquad .....(8)$$

$$r_k = \begin{cases} 1 & ,k=0 \\ \dfrac{(f_1-q_1)(1-f_1q_1)}{1+q_1^2-2f_1q_1} & ,k=1 \\ f_1r_{k-1} & ,k\geq 2 \end{cases} .....(9)$$

١ - ٣ الاستقرارية Stationary

يقصد بالاستقرارية ان خواص العملية الإحصائية لا تتغير مع تغير الزمن ، فإذا كانت (X_t) عملية عشوائية لا تتغير خواصها مع الزمن فان ذلك يعني ان ($X_1,X_2,.....,X_t$ يجب ان يكون لها دالة الكثافة الاحتمالية نفسها) ، أي ان $f(x_1,x_2,.....,x_t) = f(x_{1+k},x_{2+k},.....,x_{t+k})$

إذ ان (k) هي عدد حقيقي ، وان التوزيع الاحتمالي المشترك لا يتغير مع تغير الفترة الزمنية ، او عند الإزاحة باعداد ثابتة .

<u>تعريف (١) : [10]</u>

تكون العملية (X_t) مستقرة بشكل كامل اذا وجدت ($t_1,t_2,.....,t_n$) وأي (k) إذ ان التوزيع الاحتمالي المشترك بـــ $(X_{t_1},X_{t_2},.....,X_{t_n})$ يتماثل مع التوزيع الاحتمالي المشترك بـــ $(X_{(t_{1+k})},X_{(t_{2+k})},.....,X_{(t_{n+k})})$

<u>تعريف(٢): [10]</u>

تكون العملية (X_t) مستقرة حتى الرتبة (m) اذا وجدت ($t_1,t_2,.....,t_n$) وأي k فأن العزوم المشتركة حتى الرتبة (m) لـــ($X_{t_1},X_{t_2},.....,X_{t_n}$) تكون موجودة ومساوية الى العزوم المشتركة حتى الرتبة (m) لـــ $(X_{(t_{1+k})},X_{(t_{2+k})},.....,X_{(t_{n+k})})$ أي بعد الإزاحة (k) . أي ان العزوم كميات ثابتة لا تعتمد على الزمن (t) .

يمكن ان نلخص بالقول بان الاستقرارية تعطي وسطاً ثابتاً وتبايناً محدداً للعملية العشوائية ، وذلك قليل التحقق عمليا" وخاصة في السلاسل الزمنية الاقتصادية ، لكن بعض التحويلات البسيطة المرتبطة بالسلسلة غير المستقرة يمكن ان تجعلها مستقرة ، وعادة ان حالة التباين المحدد يمكن الحصول عليه بواسطة التحويلات اللوغاريتمية وغيرها من التحويلات والتصحيحات المناسبة للشوارد ، اما الوسط الثابت فنحصل عليه بأخذ الفروق المناسبة للسلسلة حتى تصبح مستقرة.[١١]

١ - ٤ طرائق التقدير الكلاسكية

١ - ٤ - ١ طريقة المربعات الصغرى[٨] Least square (LS)

نفترض النموذج ARMA(p,q) وفق الصيغة

$$f(B)(Z_t - m) = q(B)a_t \qquad \text{.....(10)}$$

وقد اقترح بوكس – جينكيز (١٩٧٠) طريقة لتقدير المعلمات $(l = f, q, m)$ والتي تجعل مجموع مربعات البواقي اقل ما يمكن

$$\min \sum_{t=0}^{T} \mathrm{E}^2(u_t / z, l) \qquad \text{.....(11)}$$

وباشتقاقها نحصل على نظام المعادلات بعدد p+q+1 من المعادلات لمقدرات (LS) . وذلك عندما تكون خاصيتي الاستقرارية والانعكاسية متحققه إذ ان :

$$\mathrm{E}(m_t / z, l), z = (z_1, \ldots\ldots, z_t)' \qquad \text{.....(12)}$$

تمثل التوقع الشرطي لـــ (u_t) عندما نعطي (z_t) والمعلمات (f, q, l) وكما يمكن الحصول على مقدرات المربعات الصغرى للمتجة (l) الذي يجعل المعادلة الاتية اصغر ما يمكن

$$\sum_{t=p+1}^{T} r_t^2(l) \qquad \text{.....(13)}$$

إذ ان البواقي $r_t(l)$ معرفة بالشكل :

$$r_t(l) = q^{-1}(B) f(B)(Z_t - m) \qquad \text{.....(14)}$$

وبالتعويض في منظومة المعادلات المتولدة من (١١) نحصل على مقدرات (LS) في الصيغة التالية :

$$f^{-1}(B) = \sum_{i=0}^{\infty} S_i B^i$$

$$q^{-1}(B) = \sum_{i=1}^{\infty} t_i B^i \qquad \text{.....(15)}$$

١ - ٤ - ٢ التقدير بالامكان الأعظم Maximum Likelihood Estimation [9,8]

تعتمد هذه الطريقة على تعظيم دالة الكثافة الإحتمالية المشتركة لتعطي قيم $(\hat{q}, \hat{m}, \hat{f})$ والتي تدعى مقدرات الامكان الأعظم (MH) إذ ان دالة مجموع المربعات الشرطية

$$S(f, m, q) = \sum_{t=p+1}^{n} a_t^2(f, m, q / z) \qquad \text{.....(16)}$$

وان تقدير قيم التباين هي

$$\hat{s}_a^2 = \frac{S(\hat{f},\hat{m},\hat{q})}{d.f} \qquad \text{.....(17)}$$

وان درجة الحرية

$$d.f = (n-p)-(p+q+1) \qquad \text{.....(18)}$$

١ - ٤ - ٣ دالة الامكان المضبوطة[١٢]،[٨] The Exact Likelihood Function

تستخدم في هذه الطريقة عمليات التحويل بين التوزيعات لدالة الكثافة الاحتمالية للحصول على مقدرات الامكان المضبوطة (MB) إذ ان دالة مجموع المربعات

$$S(f,q,u) = S(f,q) + (u+\hat{u})'z'z(u-\hat{u}) \qquad \text{.....(19)}$$

حيث ان

$$\hat{u} = (z'z)'z'Lw_n$$

$$S(f,q) = (Lw_n - z\hat{u})'(Lw_n - z\hat{u})$$

ويمكن كتابة الصيغة (١٩) بالشكل التالي

$$r(w_n / f,q,s_a) = (2\Pi s_a^2)^{-\frac{n}{2}}\left|z'z\right|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\sum_{t=1-p-q}^{n}\frac{1}{2}v_t^2 / s_a^2\right\} \qquad \text{.....(20)}$$

إذ ان $u = \hat{u}$, $v_t = E(u_t / w_n, f, q)$

١ - ٥ مقدرات نموذج ARMA الحصينة المعتمدة على التباينات المشتركة للبواقي:[١٣]

Robust Estimates For ARMA Model on Residual of the Auto covariances.[RA]

تقوم هذه الطريقة على توضيح مقدرات (LS) بشكل يتضمن مقدرات التباين المشترك غير الحصينة للبواقي ، وبالتالي جعل مقدرات (LS) حصينة .

ويمكن حساب البواقي لنموذج ARMA(p,q) كما يأتي :

$$r_t(l) = (z_t - m) - f_1(z_{t-1} - m) - \ldots\ldots - f_p(z_{t-p} - m) + q_1 r_{t-1} + q_2 r_{t-2} + \ldots\ldots + q_q r_{t-q}, \forall t \geq p+1 \qquad \text{.....(21)}$$

بشرط أولي $r_t = 0 \qquad \forall t < p+1$

وبتقدير رتبة المجاميع نحصل على

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{h=0}^{T-j-p-1} S_h g_{h+j}(l) = 0 \qquad ,1 \leq j \leq p \\ &\sum_{h=0}^{T-j-p-1} t_h g_{h+j}(l) = 0 \qquad ,1 \leq j \leq p \\ &\sum_{t=p+1}^{T} r_t = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{.....(22)}$$

إذ ان

$$r_0 = 1$$
$$r_k = r_{k-1}$$
$$|r_k| < 1 \qquad for \qquad k \neq 0$$
$$r_k \to 0 \qquad as \qquad k \to \infty$$
$$\sum_{k=0}^{\infty} |r_k| < \infty$$

ولتعريف صنف المقدرات الحصينة (RA) بجعل التباينات المشتركة للبواقي حصينة وذلك باستعاضة h في (٢٢) بـــ :

$$f = 0.5$$

وان r_t في الصيغة ٢٢ تستبدل بـــ $h(r_t / \hat{s})$ إذ ان : $h : R^2 \to R \qquad ,y : R \to R$

هي دوال فردية محدودة ومستمرة ، وان $\hat{s}$ هو تقدير تباين حصين لقيم u_t المعيارية وعليه يمكن تعريف المقدرات الحصينة (RA) بـــ(p+q+1) من المعادلات وكما في ٢٢ عدا ان تكون المعادلة الأخيرة بالشكل التالي

$$\sum_{t=p+1}^{T} y(r_t / \hat{s}) = 0 \qquad .....(25)$$

ان $\hat{s}$ يمكن حسابها كما يأتي : $\hat{s} = med(|r_{t+1}|,.....,|r_t|) / 0.6745$

وإذا كان توزيع البواقي u_t متماثل فان مقدرات (RA) سوف تكون متسقة لان $L_{t\to\infty} r_t(l_0) = u$

إذ ان l_0 هي المعلمة الحقيقية وان

$$\left.\begin{array}{ll} E(h(u_t / s, u_{t-i} / s)) = 0 & \forall s ; i = 1,2,..... \\ E(y(u_t / s)) = 0 & \forall s \end{array}\right\} \qquad .....(26)$$

ان الدالة h يمكن تحديدها بالشكل الأتي :[١٤]

١- لنوع Mallows تكون $h_m(u,v) = y(u).y(v)$

٢- لنوع Hampel تكون $h_H(u,v) = y(u.v)$

أما الدالة y فهي فردية مستقرة وتكون

١- دالة Huber وفق الشكل التالي $y_{H.c}(u) = \text{sgn}(u) Min(|u|, c)$ حيث sgn(u) هي دالة الإشارة

٢- دالة Bisquare وفق الدالة المقترحة من قبل Beaton و Tukey عام (١٩٧٤) وتعرف

$$y_{B.c}(u) = u(1 - \frac{u^2}{c^2})^2 \qquad ; \qquad 0 \le |u| \le c$$

ولحساب مقدرات (RA) باستخدام الدوال المذكورة يمكن وضع

$$\left.\begin{array}{l} r_t = y(r_t(\hat{l}) / \hat{s})\hat{s} \\ z_t = \hat{m} + \hat{f}^{-1}(B)\hat{q}(B) r_t \end{array}\right\} \qquad .....(27)$$

نبدأ بتقدير أولي الى $\hat{l}_{(0)}$ و $\hat{s}$ ثم تؤخذ المقدرات المناظرة لـــ $\hat{l}_{(n)}$ لـــ(n) من المكررات حسب الصيغة (٢٧) ويمكن تكرار العملية بالنسبة الى $\hat{l}$ و $\hat{s}$ وعند ربط الدالتين y و h فقد تم الحصول على أربعة إشكال من الدوال h وهي كالأتي :

$h_{HH,c}$, $h_{HB,c}$, $h_{MH,c}$, $h_{MB,c}$ [1]

الفصل الثاني (الجانب التجريبي)

٢ - ١ المحاكاة

يمكن تعريف المحاكاة بأنها تصميم نموذج للنظام الحقيقي ومتابعة سلوك التجربة للتعرف على سلوكية هذا النظام . ان استخدام أسلوب المحاكاة يعود أصلا" الى بداية الأربعينيات خلال الحرب العالمية الثانية للبحث عن حل لمشكلة القنبلة الذرية عن طريق دراسة سلوك دقائق النيوترونات في تجربة أقيمت في معامل بحوث الذرة وأطلق عليها اسم مونت كارلو (Mont Carlo) .

ان منهجية مونت كارلو تعتمد كليا" على قابلية الحاسبات الالية لتوليد الإعداد العشوائية التي تحاكي العملية العشوائية لتوليد بيانات معينة وقد استخدمت على نطاق واسع في جميع المجالات العلمية ومنها تحليل السلاسل الزمنية.

٢ - ٢ الإعداد العشوائية

في تجارب المحاكاة تكون الخطوة الابتدائية الأولى هي توليد الإعداد العشوائية والتي تتبع التوزيع المنتظم المستمر (Continuous uniform dist.) والتي يفترض ان تكون مستقلة . ويتم تحويل العدد العشوائي المنتظم الى متغير عشوائي من توزيع يصف النموذج تحت التجربة .

ان أفضل أسلوب للتحويل هو استخدام طريقة التحويل المعكوس كوسيلة لتوليد متغيرات عشوائية وذلك بالاعتماد على دالة الكثافة التراكمية c.d.f :

$$y = F(x)$$
$$x = F^{-1}(y) \qquad \text{.....(28)}$$

ونظرا" لأهمية التوزيع الطبيعي واستخداماته الشائعة فان هناك طرق عدة لتوليد المتغير المهم . أهمها طريقة بوكس-ميلر (Box-Muller) عام ١٩٥٨ وصيغتها هي :

$$X_1 = [-2Lnu_1]^{1/2}[Sin(2\Pi u_2)]$$
$$X_2 = [-2Lnu_1]^{1/2}[Cos(2\Pi U_2] \qquad \text{.....(29)}$$

إذ ان u_1 و u_2 تتبعان التوزيع المنظم u(1,0)

---

[1] هذه الرموز تعني الدوال المستخدمة في الطرق المذكورة اذ اخذ اول حرف من كل مسمى. اذ ان $(h_{MB,c})$ تعني الدالة Mallows باستخدام دالة (Beator) الوزنية عند القيمة (c) . وكذلك $(h_{HH,c})$ تعني الدالة Hampel باستخدام دالة (Huber) الوزنية . و $(h_{MH,c})$ هي الدالة Mallows باستخدام دالة (Huber) الوزنية وهذا ينطبق على تسمية الطرق المستخدمة في التقدير .

أما X_1 و X_2 يتبعان التوزيع الطبيعي N(0,1)

ثم نقوم بتقدير l التي تعتمد على التباينات المشتركة للبواقي بالاعتماد على معادلة (٢٢) و (٢٣) ومن ثم استخدام الدوال h والدالة الوزنية y لحساب مقدرات (RA) كما في المعادلة (٢٧) .

٢ - ٣ تطبيق أسلوب المحاكاة

تم أجراء تجارب المحاكاة لتقدير معالم النموذج ARMA(1,1) في حالة وجود او عدم وجود الشوارد وعند احجام العينات (٥٠ ، ١٠٠ و ١٥٠) وقيم افتراضية للمعلمات هي ($f = 0.5$ و $q = -0.4$) و ($f = -0.5$ و $q = 0.4$) وذلك بالاعتماد على الحاسب الآلي لاستخلاص النتائج المطلوبة .

تم تقدير المعالم بـــ :

١- مقدرات المربعات الصغرى (LS) .

٢- مقدرات الامكان الأعظم (M) . هي أ- طريقة الامكان التقريبية MH .

ب- طريقة الامكان المضبوطة MB .

٣- المقدرات الحصينة (RA) وهي :

أ- استخدام دالة Mallows ودالة (Beator) الوزنية RAMB

ب- استخدام دالة Hampel ودالة (Beator) الوزنية RAHB .

جـــ- استخدام دالة Mallows ودالة (Huber) الوزنية RAMH

د- استخدام دالة Hampel ودالة (Huber) الوزنية RAHH

وقد تم استخدام المقاييس الإحصائية بهدف المقارنة بين المقدرات وهي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومربع التحيز $(Bias)^2$ والتحيز النسبي (RELB) ومقياس الكفاءة النسبية (EFF) حيث ان صيغتها كمايلي :

$$MSE = Var. + (Bais)^2$$

$$(Bais)^2 = (Mean - l)^2$$

$$RELB = \frac{|Mean - l|}{|l|}$$

$$EFF = \frac{MSE_{LS}}{MSE_l} \qquad \text{.....(30)}$$

٢ - ٤ تجربة المحاكاة للنموذج ARMA(1,1) :

تم استخدام صيغ التقدير الكلاسيكية والصيغ الحصينة لتقدير معالم النموذج ومقاييس المقارنة بينها وكما موضح في الجداول اللاحقة . حيث تم تنفيذ التجربة أربع مرات لكل من احجام العينة (n=50 , 100,150) وكررت التجربة (٥٠٠) مرة ومجموعتين من القيم الافتراضية($f = -0.5$ و $q = 0.4$) و ($f = 0.5$ و $q = -0.4$) وفي حالتين : حالة عدم وجود الشوارد $e = 0.0$ وحالة وجود الشوارد $e = 0.1$ ، وقد كانت النتائج كما مبين في الجداول اللاحقة .

من خلال جدول رقم (١) نلاحظ :

١- افضل اسلوب لتقدير كلا المعلمتين هي طريقة (Ls) ، فيما نجد ان المقدرات الاخرى تمتلك اكبر متوسط لمربعات الخطأ (MSE) وكذلك اقل كفاءة نسبية (EFF) بالمقارنة مع اسلوب (Ls) .

٢- عند وجود الشوارد فأن الطرائق الحصينة المدروسة قد اعطت نتائج ايجابية في مقدراتها ، فيما نجد طريقـــة (Ls) في ظل توافر الشوارد غير مشجعة وذلك بالاعتماد على القيم المقدرة للمعلمتين الافتراضيتين .

٣- بالنسبة للمقياس MSE نجد أن افضل مقدر هو (MB) و (RAMH) .

٤- اما ما يخص التحيز $(\text{Bias})^2$ فيتضح اقل مربع تحيز كان لمقدرات (MB) و (RAMH) .

من جدول (٢) يتبين ماياتي :

١- بالنسبة للحالة $e = 0$ فان الطرائق المدروسة قد أعطت نتائج قيم مختلفة للمعلمة f و q وكانت أقرب الطرائق هي (LS) . أما في حالة وجود الشوارد $e = 0.1$ فان الطريقة الحصينة (RAHH) أقرب الطرائق.

٢- عند المقارنة بالمقياس MSE وعند $e = 0$ فان طريقة (LS) كانت أفضل الطرق للمعلمتين f و q أما عند $e = 0.1$ فان طريقة (LS) تليها طريقة (RAMH) ثم الطرائق الأخرى .

٣- وبالاعتماد على مقياس الكفاءة النسبية وفي حالة $e = 0$ نجد ان طريقتي (MH و RAMB) تعطيان أفضل النتائج ، اما في حالة $e = 0.1$ فان أعلى طريقة هي (LS) .

٤- عند المقارنة بمقياس مربع التحيز $(\text{Bias})^2$ فان طريقة (RAMH) هي الطريقة التي أعطت أفضل النتائج . وكذلك الحال عند المقارنة مع مقياس (RELB) فقد تبينت النتائج نفسها المستنبطة من مقياس $(\text{Bias})^2$.

٥- نلاحظ ان النتائج في جدول (٢) و(٣) عند زيادة حجم العينة عند جدول (١) قد اعطت نتائج اكثر كفاءة واقل تحيزاً بالاعتماد على مقاييس المقارنة.

٦- اما النتائج لم تتغير كثيرا" عند زيادة حجم العينة من (n=100) الى (n=150) كما في جدول(٣) مع ثبوت القيم الافتراضية للـــ f و q . كما ان الطرق لم تعط نتائج مشجعة قد ثبتت على المستوى نفسه من الكفاءة او اقل حيث كانت النتائج متقاربة في حالة $e = 0$. أما في حالة $e = 0.1$ فتكون النتائج أكثر تطابقا" سواء في التقدير او مقاييس المقارنة وخاصة (MSE) ، أي ان ثبات قيمة المقدرات عند زيادة حجم العينة .

جدول (١)

يبين نتائج عملية ARMA(1,1) عندما يكون حجم العينة (n=50) وعدد المكررات (R=500) وللقيم الافتراضية $(q = 0.4 \text{ و } f = -0.5)$

Estimate		$e = 0.0$			$e = 0.1$				
		Mean	**MSE**	**EFF**	**Mean**	**MSE**	**EFF**	**Bias^2**	**RELB**
LS	f	-0.506	0.020	1.000	-0.172	0.264	1.000	0.108	0.656
	q	0.409	0.011	1.000	0.110	0.590	1.000	0.476	0.862

MH	f	-0.664	0.127	0.153	-0.600	0.129	2.043	0.010	0.200
	q	0.356	0.087	0.129	0.287	0.175	3.376	0.043	0.259
MB	f	-0.639	0.122	0.161	-0.560	0.116	2.285	0.004	0.120
	q	0.359	0.097	0.116	0.266	0.195	3.019	0.080	0.354
RAMB	f	-0.661	0.129	0.151	-0.603	0.128	2.060	0.011	0.207
	q	0.387	0.098	0.114	0.297	0.174	3.382	0.042	0.257
RAHB	f	-0.261	0.126	0.155	-0.269	0.130	2.032	0.053	0.462
	q	0.087	0.437	0.026	0.140	0.354	1.667	0.270	0.650
RAMH	f	-0.640	0.123	0.159	-0.560	0.116	2.287	0.004	0.119
	q	0.347	0.099	0.113	0.258	0.195	3.019	0.080	0.354
RAHH	f	-0.674	0.145	0.135	-0.692	0.169	1.568	0.037	0.383
	q	0.363	0.117	0.096	0.338	0.150	3.929	0.016	0.156

جدول (٢)

يبين نتائج عملية ARMA(1,1) عندما يكون حجم العينة (n=100) وعدد المكررات (R=500) وللقيم الافتراضية

($q = 0.4$ و $f = -0.5$)

Estimate		$e = 0.0$			$e = 0.1$				
		Mean	**MSE**	**EFF**	**Mean**	**MSE**	**EFF**	**Bias^2**	**RELB**
LS	f	-0.489	0.015	1.000	-0.308	0.046	1.000	0.037	0.385
	q	0.143	0.017	1.000	0.110	0.085	1.000	0.084	0.725
MH	f	-0.357	0.113	0.129	-0.120	0.174	0.264	0.144	0.759
	q	0.340	0.081	0.205	0.127	0.098	0.876	0.074	0.682
MB	f	-0.448	0.129	0.113	-0.577	0.153	0.299	0.006	0.155
	q	0.368	0.095	0.175	0.294	0.085	0.008	0.011	0.266
RAMB	f	-0.346	0.114	0.128	-0.210	0.140	0.327	0.084	0.581
	q	0.328	0.079	0.209	0.161	0.076	1.123	0.057	0.599
RAHB	f	-0.247	0.144	0.104	-0.192	0.153	0.300	0.095	0.615
	q	0.250	0.084	0.199	0.145	0.081	1.051	0.065	0.637
RAMH	f	-0.454	0.130	0.112	-0.271	0.153	0.291	0.005	0.143
	q	0.368	0.095	0.175	0.294	0.085	1.011	0.011	0.265
RAHH	f	-0.534	0.131	0.112	-0.643	0.169	0.271	0.020	0.286
	q	0.429	0.094	0.176	0.363	0.085	1.006	0.001	0.093

جدول (٣)

يبين نتائج عملية ARMA(1,1) عندما يكون حجم العينة (n=150) وعدد المكررات (R=500) وللقيم الافتراضية

($q = 0.4$ و $f = -0.5$)

Estimate	$e = 0.0$	$e = 0.1$

		Mean	MSE	EFF	Mean	MSE	EFF	$Bias^2$	RELB
LS	f	-0.449	0.008	1.000	-0.318	0.039	1.000	0.033	0.364
	q	0.404	0.010	1.000	0.103	0.089	1.000	0.088	0.743
MH	f	-0.393	0.108	0.078	-0.125	0.170	0.227	0.141	0.751
	q	0.356	0.080	0.126	0.128	0.095	0.934	0.074	0.681
MB	f	-0.457	0.129	0.065	-0.555	0.149	0.259	0.003	0.109
	q	0.390	0.092	0.110	0.292	0.080	0.105	0.012	0.270
RAMB	f	-0.392	0.110	0.076	-0.204	0.137	0.281	0.088	0.592
	q	0.353	0.079	0.128	0.164	0.075	1.191	0.056	0.589
RAHB	f	-0.253	0.143	0.059	-0.189	0.148	0.261	0.096	0.621
	q	0.239	0.082	0.122	0.142	0.081	1.093	0.067	0.646
RAMH	f	-0.458	0.129	0.065	-0.558	0.149	0.259	0.003	0.116
	q	0.376	0.091	0.111	0.293	0.080	1.104	0.011	0.268
RAHH	f	-0.562	0.135	0.062	-0.648	0.170	0.227	0.022	0.295
	q	0.463	0.098	0.103	0.375	0.084	1.053	0.011	0.063

عندما تكون القيم الافتراضية ($f = 0.5$ و $q = -0.4$) وحجم (٥٠) كما في الجدول (٤) نلاحظ مايأتي:

١- ان افضل طريقة تقدير المعلمتين هي طريقة (Ls) بالاعتماد على MSE والكفاءة النسبية في حالة عدم وجود الشوارد .

٢- اما عند وجود الشوارد فأن الطرائق الحصينة المدروسة قد اعطت نتائج اكثر ايجابية من طريقة (Ls) وأهم طريقة هي طريقة (RAMH) وطريقة (RAMB) .

٣- اما فيما يخص التحيز فيتضح أن اقل مربع تحيز كان لمقدرات MB و RAMH ايضاً .

عندما تكون القيم الافتراضية ($f = 0.5$ و $q = -0.4$) وحجم العينة (n=100) كما في جدول رقم(٥) نلاحظ مايلي :

١- في حالة عدم وجود الشوارد $e = 0$ ، فأن طرائق التقدير قد أعطت نتائج متفاوتة بالنسبة الى قيم المقدرات f و q ، إذ كانت أفضل الطرق هي (MB) ثم (LS) ثم طريقة (RAHB) بالنسبة للمعلمة f اما المعلمة q فأن طريقة (LS) أفضل الطرق ثم طريقة (MH) . بالاعتماد على القيمة المقدرة وقيمة التحيز . أما عند وجود الشوارد $e = 0.1$ فأن طريقة (MB) هي أفضل طريقة وتلتها بالنسبة للطرق الحصينة الطريقة (RAMH) .

٢- عند المقارنة مع مقياس (MSE) في حالة $e = 0$ نجد طريقة (LS) قد أعطت اقل (MSE) عند كل من المعلمة f والمعلمة q اما بقية الطرق المدروسة فكانت متقاربة الا ان أعلى قيمة لمتوسط مربعات الخطأ أعطتها طريقة (RAMH) . أما في حالة $e = 0.1$ بالنسبة للمعلمة f فأن طريقة (LS) وطريقة (RAMB) أعطت اقل قيمة لـــ (MSE) أما بالنسبة للمعلمة q فان طريقتي (MH) وطريقة (RAMB) قد أعطتا اقل متوسط مربعات الخطأ .

٣- بالنسبة الى مقياس الكفاءة النسبية فان طريقة (RAMB) قد أعطت أعلى كفاءة من بين جميع الطرق بالنسبة للمعلمة f أما اقل قيمة قد أعطت الطريقة (RAMH) . اما بالنسبة للمعلمة q فأن أعلى كفاءة قد أعطتها (RAHB) أما اقل كفاءة نسبية قد أعطتها طريقة (RAHH) .

٤- يتضح من خلال المقارنة مع التحيز النسبي (RELB) بالنسبة للمعلمة f فأن طريقة (MB) قد أعطت أقل تحيز نسبي اما طريقتي (RAHB) و (RAMB) قد أعطت أعلى تحيز نسبي من بين الطرق الحصينة . اما بالنسبة للمعلمة q فان طريقة (MH) أعطت أعلى تحيز نسبي وان طريقة (MB) قد أعطت اقل تحيز نسبي وأتت طريقة (RAHH) بعدها مباشرة اما طريقة (LS) فقد أعطت أعلى تحيز نسبي .

٥- من خلال المقارنة بين جدول (٤) مع جدولي (٥) و (٦) نجد مقاييس المقارنة اكثر تشجيعاً أي عند زيادة حجم العينة تزداد الكفاءة ويقل التحيز .

أما عند زيادة حجم العينة (n=150) فأن النتائج كما في جدول (٦) إذ انه لم تتغير كثيراً بل إنها أعطت نفس القيم في بعض المواقع وخاصة لقيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) عندما $e = 0$ لذلك فان التحليل لا يتأثر عند زيادة حجم العينة وخاصة في حالة عدم وجود الشوارد . أما في وجود الشوارد $e = 0.1$ فأن النتائج لم تختلف كثيراً الا إنها قد أظهرت تحسناً ملحوظاً في قيم (MSE) في جميع طرق التقدير الحصينة وغير الحصينة .

يتضح من خلال الجداول السابقة أن الطرق الحصينة المدروسة جميعها قد أظهرت كفاءة عالية عندما كانت قيمة المعلمة ($f = -0.5$ و $q = 0.4$) أعلى منها في حالة ($f = 0.5$ و $q = -0.4$) ، سواءاً في حالة وجود الشوارد وعدم وجودها .

جدول (٤)

يبين نتائج عملية ARMA(1,1) عندما يكون حجم العينة (n=50) وعدد المكررات (R=500) وللقيم الافتراضية ($q = -0.4$ و $f = 0.5$)

Estimate		$e = 0.0$			$e = 0.1$				
		Mean	**MSE**	**EFF**	**Mean**	**MSE**	**EFF**	**Bias^2**	**RELB**
LS	f	0.491	0.001	1.000	0.129	0.401	1.000	0.138	0.742
	q	-0.400	0.000	1.000	-0.084	1.621	1.000	0.467	1.139
MH	f	0.483	0.177	0.003	0.537	0.108	3.721	0.001	0.074
	q	-0.293	0.168	0.001	-0.332	0.153	10.587	0.005	0.113
MB	f	0.440	0.145	0.002	0.497	0.119	3.384	0.001	0.006
	q	-0.293	0.168	0.001	-0.339	0.151	10.718	0.004	0.101
RAMB	f	0.484	0.117	0.003	0.537	0.108	3.721	0.001	0.076
	q	-0.293	0.168	0.001	-0.332	0.153	10.578	0.005	0.113
RAHB	f	0.491	0.118	0.003	0.407	0.111	3.607	0.009	0.186
	q	-0.310	0.161	0.001	-0.189	0.244	6.653	0.045	0.352
RAMH	f	0.481	0.127	0.003	0.524	0.101	3.988	0.001	0.047
	q	-0.293	0.168	0.001	-0.339	0.151	10.718	0.004	0.101
RAHH	f	0.497	0.123	0.003	0.557	0.114	3.520	0.003	0.113
	q	-0.291	0.172	0.001	-0.398	0.158	11.721	0.000	0.004

جدول (٥)

يبين نتائج عملية ARMA(1,1) عندما يكون حجم العينة (n=100) وعدد المكررات (R=500) وللقيم الافتراضية ($f = 0.5$ و $q = -0.4$)

Estimate		$e = 0.0$			$e = 0.1$				
		Mean	**MSE**	**EFF**	**Mean**	**MSE**	**EFF**	**Bias^2**	**RELB**
LS	f	0.486	0.016	1.000	0.374	0.030	1.000	0.016	0.251
	q	-0.407	0.019	1.000	-0.092	0.104	1.000	0.095	0.771
MH	f	0.427	0.093	0.177	0.283	0.104	0.285	0.047	0.433
	q	-0.379	0.106	0.178	-0.227	0.098	1.064	0.030	0.431
MB	f	0.500	0.101	0.162	0.528	0.103	0.289	0.001	0.056
	q	-0.476	0.129	0.147	-0.451	0.130	1.795	0.003	0.128
RAMB	f	0.473	0.089	0.185	0.313	0.095	0.313	0.035	0.376
	q	-0.430	0.112	0.169	-0.225	0.098	1.060	0.031	0.437
RAHB	f	0.359	0.104	0.157	0.307	0.101	0.294	0.037	0.382
	q	-0.289	0.105	0.181	-0.227	0.105	1.987	0.030	0.433
RAMH	f	0.532	0.107	0.153	0.566	0.109	0.273	0.004	0.132
	q	-0.470	0.133	0.142	-0.468	0.137	1.755	0.005	0.171
RAHH	f	0.519	0.103	0.159	0.588	0.103	0.289	0.005	0.136
	q	-0.506	0.144	0.132	-0.469	0.149	0.694	0.010	0.249

جدول (٦)

يبين نتائج عملية ARMA(1,1) عندما يكون حجم العينة (n=150) وعدد المكررات (R=500) وللقيم الافتراضية ($f = 0.5$ و $q = -0.4$)

Estimate		$e = 0.0$			$e = 0.1$				
		Mean	**MSE**	**EFF**	**Mean**	**MSE**	**EFF**	**Bias^2**	**RELB**
LS	f	0.495	0.009	1.000	0.389	0.021	1.000	0.012	0.222
	q	-0.396	0.011	1.000	-0.072	0.112	1.000	0.108	0.821
MH	f	0.428	0.096	0.098	0.292	0.100	0.211	0.043	0.416
	q	-0.385	0.107	0.100	-0.245	0.090	1.242	0.024	0.389
MB	f	0.522	0.103	0.091	0.543	0.101	0.208	0.002	0.086
	q	-0.465	0.128	0.084	-0.441	0.125	0.897	0.002	0.103
RAMB	f	0.458	0.084	0.112	0.324	0.091	0.232	0.031	0.353
	q	-0.421	0.113	0.095	-0.237	0.091	1.234	0.027	0.408
RAHB	f	0.346	0.102	0.092	0.313	0.100	0.212	0.035	0.373
	q	-0.301	0.106	0.102	-0.214	0.103	1.088	0.035	0.465
RAMH	f	0.544	0.106	0.088	0.575	0.098	0.214	0.006	0.150
	q	-0.498	0.136	0.079	-0.473	0.139	0.805	0.005	0.182
RAHH	f	0.549	0.106	0.089	0.592	0.102	0.207	0.008	0.184
	q	-0.509	0.144	0.074	-0.500	0.144	0.777	0.010	0.250

الاستنتاجات

من خلال ما تقدم يمكن التوصل الى الاستنتاجات الاتية :

١- ان مقدرات (LS) هي أكثر الطرائق المدروسة كفاءة من حيث المقارنة بالمقاييس المستخدمة في الدراسة عندما لا توجد قيم شاردة .

٢- ان الطرائق الحصينة المدروسة قد أثبتت كفاءة جيدة عند تقدير معالم النموذج ARMA(1,1) على الرغم من اختلاف تلك الكفاءة من طريقة لأخرى او مع اختلاف الفروض المحددة للنموذج . ومع ذلك يمكن القول ان طريقة (RAMB) كانت أكثر الطرائق الحصينة المدروسة ثباتا" بمستوى كفاءة مقدراتها مع اختلاف الفروض حول النموذج .

٣- كلما زادت احجام العينات زادة الكفاءة وقل التحيز .

التوصيات

من خلال ما تقدم والنتائج التي توصلنا لها نوصي بمايلي :

١- استخدام طرائق التقدير لنماذج مختلفة كنماذج الانحدار الذاتي (AR) او نماذج الأوساط المتحركة (MA) ولدرجات عليا .

٢- استخدام الطرائق لنماذج (ARMA) من درجات أعلى .

References

1- Hampel , F, "A General Qualitative Definition of Robustness " , *Annals of mathematical statistical* , 42 , 1887-1896 , (1971) .

2- Basawa , I.V. , Huggins , R.M. and Staudte , R.G. , " Robust Test For Time Series with An Application To First Order Autorgressive Processes " , *Biomtrika* , 72 , 559-571 , (1985) .

3- Bustos , Oscar H., and Yohai Victor J. , " Robust Estimates For ARMA Models " , *JASA* , 81 , 393 , 155-168 , (1986) .

4- Moronna , R.A. and Yohai , V.J. . "Robust Estimation In Simultaneous Equations Models " , *Journal of statistical planning and inference* , 57 , 233-244 , (1997) .

5- Haddad , N.J. , " On Robust Estimation In The First Order Autoregressive Processes ", *commum. Statist. – theory meth.* , 29,1,45-54 , (2000) .

6- Guo , H.J. , " Robust Estimation For the coefficient of A First Autoregressive Processes " , *commum. Statist. – theory meth.* , 29,1,55-66 , (2000) .

7- Box , G.P. and Jenkins , G.M., "Time series Analysis : Forecasting and Control", Revised edition , Holden-day-Inc. , Son Francisco, (1976) .

8- Wei , W.W.S., " Time Series Analysis : Univaiate And Multivariate Methods " , *Addison – Wesley publishing company* , Inc. , New York , (1990).
9- Wegman , Edward J., " Time Series Analysis : Theory , Data Analysis And Computation " , Addison – Wesley publishing company , Inc. , New York, (2000).
10- Priestley , M.B., "Spectral Analysis And Time Series " , Academic press Harcourt Brace Jovanovich , publishers , London , (1981).
11- Kaiser , R. and Maravall , A.,"Notes On Time series Analysis ARIMA Models and Signal Extraction " , Bonco de Espana -servicio Estudios ,(2001).
12- Newbeld , P.,"The Exact Likelihood Function For Mixed ARMA Process", *Biometreka* , 61 , 3 , 423-426 , (1974) .
13- Bastos , Oscar H. and Yohi Victor J., " Robust Estimates for ARMA Models" , *JASA* , 81 , 393 , 155-168, (1986) .
14- Huber , Peter J., "Robust statistics" , John Wiley and Sons , New York, (1981) .