مقارنة دالة المخاطرة لتوزيعي الأسي وAkashلمرضى سرطان الفكين

الباحث: حسن عبد الهادي حسين أ. م. د ريسان عبد الإمام زعلان
جامعة البصرة/ كلية الإدارة والاقتصاد
ressan.zalan@uobasrah.edu.iq
hasen.abd301@gmail.com

المستخلص:
يهدف البحث إلى المقارنة بين توزيع الأسي وتوزيع Akash لتقدير دالة المخاطرة لمرضى السرطان الفكين، إذ تم استعراض الخصائص الإحصائية للتوزيع الأسي وتوزيع Akash وتم تقدير معلماتهم ودالة المخاطرة للتوزيع الأسي وتوزيع Akash باستعمال طريقة الإمكان الأعظم لغرض الحصول على أفضل النتائج عملت الدراسة على مقارنة بين طرائق التقدير عن طريق تطبيق أسلوب محاكاة مونت كارلو Carlo Monte(باستعمال برنامج)Wolfram Mathematical 12.2(بحجم عينة)105(وباستخدام ثلاثة معايير للمفاضلة بينهما هي (AIC – BIC) في تقدير دالة المخاطرة AIC)

الكلمات المفتاحية: دالة المخاطرة: التوزيع الأسي، توزيع Akash، تقدير الإمكان الأعظم.

Comparing the Risk Function of the exponential and Akash distributions for patients of Jaws Cancer

Researcher: Hassan Abdul Hadi Hussein

Asst. Prof. Dr. Ressan Abdul Imam Za'lan
University of Basrah / College of Administration and Economics

Abstract:

The research aims to compare the exponential distribution and the Akash distribution to estimate the risk function for jaw cancer patients. As the statistical properties of the exponential distribution and the Akash distribution were reviewed, and their parameters and the risk function were estimated for the exponential distribution and the Akash distribution using the method of greatest possibility for the purpose of obtaining the best results. The study worked on applying the Carlo Monte simulation method using (Wolfram Mathematical 12.2) program with a sample size of (105) participants and using three criteria for comparison between them (BIC – AIC – AIC_C) in estimating the risk function.

Keywords: risk function: exponential distribution, Akash distribution, greatest possibility estimation.

1- المقدمة:

قام الباحثون بمناقشة التوزيعات الاحتمالية وفي نطاق واسع وبشكل متكرر في البيانات الإحصائية التجريبية لاختيار الأنموذج المناسب والقضايا ذات الصلة في العلوم التطبيقية مثل البيئة والطب والهندسة ونمذجة وتحليل البيانات التجريبية، هناك العديد من التوزيعات التي يمكن استعمالها في هذا النوع من البيانات التجريبية، ضرورة الإجراءات المستعملة في مثل هذه الإحصائية اعتمد التحليل بشكل كبير على أنموذج الاحتمال المفترض أو التوزيع.

2- هدف البحث:

يهدف البحث إلى مقارنة أفضل تقديرا لدالة المخاطرة بين التوزيع الأسي وتوزيع Akash ومن ثم يتم الحصول على أفضل تقدير لمعلمات التوزيعين من خلال مقارنة بين طريقة الإمكان الأعظم لكل من التوزيع الأسي والتوزيع Akash على أساس متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE.

3- دالة المخاطرة العامة Hazard Rate Function :[5] [6]

وهي تمثل متوسط الفشل وهي احتمال فشل المفردة أو النظام خلال الفترة الزمنية (x، x+Δx) علما أن المفردة والنظام حتى الوقت **x** أما بالنسبة للكائن الحي فهي تمثل متوسط الوفيات اللحظية للفرد الذي يَسلم من الزمن x. ويرمز لدالة المخاطرة بالرمز $h(X)$ ويعبر عنها بالصيغة الآتية:

تعرف دالة البقاء يعد تحليل البقاء فرعا من فروع الإحصاء تخص كلمة البقاء (survival) الكائنات الحية، أما عند دراسة المكائن أو الآلات فتسمى دالة المعولية (Reliability). على أنها دالة مكملة للدالة التراكمية وكما يلي:

$$S(x) = Pr[X > x] \rightarrow S(x) = 1 - F(X) \qquad (1)$$

$$h(X) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{p(\times < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \qquad (2)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{p(\times < X < x + \Delta x)}{p[X > x] * \Delta x}$$

$$h(x) = \frac{1}{S(x)} * \lim_{\Delta x \to 0} \frac{p(\times < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \quad \to h(x)$$
$$= \frac{f(x)}{S(x)} \quad (3)$$

4- التوزيع الأسي Exponential Distribution((:-]2[ ]2[ ]3[

التوزيع الأسي ED هو من التوزيعات المستمرة وقد اشتق اسمه من الدالة الأسية Function Exponential(ويعد من أكثر التوزيعات انتشارا وفائدة خصوصا في تخمين الفترات الزمنية بين وقوع الأحداث في عمليات بواسون Process(Poisson(، إن التوزيع الأسي له ميزة ثابتة عن التوزيعات الأخرى بأن دالة المخاطرة له ثابتة.

إن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الأسي يعني حالة خاصة من توزيع كاما عند تعويض $\beta = 1$ فإذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاما Distribution(Gamma(تأخذ الشكل الآتي:

$$f(x,\beta,\lambda) = \frac{1}{\Gamma\beta\ \lambda^{\beta}} x^{\beta-1} e^{-\frac{x}{\lambda}}$$
$$f(x,\beta,\lambda) = [\frac{\lambda^{\beta}}{\Gamma\beta}]\ x^{\beta-1} e^{-x\lambda}$$

وبتعويض $\beta = 1$ نحصل على التوزيع الأسي:

$$f(x\ ,\lambda) = f(x) = \lambda e^{-x\lambda} \qquad x\ ,\lambda >$$
0: (4)

حيث λ تمثل معلمة التوزيع وهي معلمة القياس)Scale Parameter(..

أما دالة التوزيع التراكمية لمتغير يتبع التوزيع الأسي تكون كالآتي-:

$$F(x) = 1 - e^{-x\lambda} \qquad : x\ ,\lambda > 0 \qquad (5)$$

وإن دالتا البقاء والمخاطرة تكونان على الترتيب:

$$s(x) = 1 - F(X) \quad \to \quad s(x)$$
$$= e^{-x}\lambda \qquad (7)$$

$$s(x) = e^{-x\lambda} \quad (8)$$

$$h(x) = \frac{f(x)}{s(x)} = \frac{\lambda e^{-x\lambda}}{e^{-x\lambda}} = \lambda \quad ...(9)$$

من الواضح جدا من المعادلة 9((بأن دالة المخاطرة للتوزيع الأسي تساوي مقلوب الوسط الحسابي للتوزيع وهذا ما يبرر كون الدالة ثابتة إذ إن]2[ ]3[:

$$E[X] = \int_0^{\infty} x f(x)\, dx \quad ...(10)$$

$$= \int_0^{\infty} x\lambda e^{-x\lambda}\ dx = \frac{1}{\lambda}$$

الخصائص الهيكلية للتوزيع الأسي:

-)11(العزوم اللامركزية]11[

$$\mu_r^* = E(X^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x)\, dx$$

$$\mu_r^* = E(X^r) = \frac{1}{\lambda} \quad ...(11)$$

إذا كانت r= 1 فإنها تمثل الوسط الحسابي للتوزيع

أما لإيجاد التباين فنستخدم الصيغة الآتية:

$$v(x) = E\left(X^2\right) - (E(X))^2 \quad ...(12)$$

-)12(العزوم المركزية]9[

$$\mu_k = E(x - E(x))^k$$

$$\mu_k = E\left[\sum_{j=0}^{k} C_j^k (-1)^j x^{k-j} \mu_1^{*j}\right] \qquad ...(13)$$

5- توزيع أكاش (Akash distribution)[1] [2][1] [10] [12]:

وهو أحد التوزيعات المستمرة الذي قدمت (Rama Shankar) في عام (2015) المتكون من خليط من عنصرين لتوزيع الأسي له معلمة قياس θ وتوزيع كاما وله تطبيقات واسعة من بيانات العمر الحقيقة والطبية والهندسية واحد النماذج الشائعة والمهمة المستعملة في التطبيقات الفيزيائية وكذلك في التحليلات المفردة وتحليلات الخطأ لمختلف الأنظمة ودراسة توزيع وقت الفشل، وإن شكل دالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية تكون كالآتي:

$$f^*(x) = \frac{\theta^3}{\theta^2+2}(1+x^2)e^{-\theta x} \qquad x>0$$

أما دالة التوزيع التراكمية لمتغير يتبع التوزيع Akash تكون كالآتي-:

$$F^*(x) = 1 - \left[1 + \frac{\theta x(\theta x+2)}{(\theta^2+2)}\right] e^{-\theta x} \qquad ;x>0\,,\,\theta>0$$

... (15)

وإن دالتا البقاء والمخاطرة تكونان على الشكل الآتي على التوالي:

( ) ( ) ( )

$$S^*(x) = 1 - F^*(x) \rightarrow s^*(x) = 1 + \frac{\theta x(\theta x+2)}{\theta^2+2} \qquad ...(16)$$

$$h^*(x) = \frac{f^*(x)}{s^*(x)}$$

$$h(x) = \frac{\frac{\theta^3}{\theta^2+2}(1+x^2)e^{-\theta x}}{S(x)=1-F(x)\rightarrow s(x)=1\left[1-\left(1+\frac{\theta x(\theta x+2)}{\theta^2+2}\right)e^{-\theta x}\right]}$$

الخصائص الهيكلية لتوزيع Akash:

5-1)(- العزوم اللامركزية)11(

$$E[X] = \int_0^{\infty} x f^*(x) dx \qquad ...(17)$$

$$E[X] = \int_0^{\infty} x[\frac{\theta^3}{\theta^2+2}(1+x^2)e^{-\theta x}]dx \qquad ...(18)$$

$$\mu_r^* = E(X^r) = \int_0^{\infty} x^r[\frac{\theta^3}{\theta^2+2}(1+x^{r2})e^{-\theta x^r}]dx \qquad (19)$$

إذا كانت r= 1 فإنها تمثل الوسط الحسابي للتوزيع

أما لإيجاد التباين فنستخدم الصيغة الآتية:

$$v(x) = E(X^2) - (E(X))^2 \qquad ...(20)$$

5-2)(- العزوم المركزية)9(

$$\mu_k = E(x - E(x))^k$$

$$\mu_k = E\left[\sum_{j=0}^{k} C_j^k (-1)^j x^{k-j} \mu_1^{*j}\right] \qquad ...(21)$$

6- مقدرات الإمكان الأعظم:

6-1)(- تقدير طريقة الإمكان الأعظم للتوزيع الأسي]4[ ]7[:

اقترح هذه الطريقة من قبل)*R.A.Fisher*(عام)1920(وتتصف من طرق التقدير المهمة وذلك لدقة مقدراتها حيث تمتاز هذه الطريقة بالكفاءة والكفاية والثبات والاتساق بالإضافة لعدم التحيز.

$$f(x,\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \lambda e^{-x\lambda} = \lambda^n e^{-\Sigma x_i \lambda} \qquad ..(22)$$

$$nlf(x,\lambda)=\sum_{i=1}^{n} Ln\, Lf(x,\lambda)=nln(\lambda)-\lambda\sum x_i$$

$$\frac{\partial lnlf(x,\lambda)}{\partial\lambda}=\frac{n}{\hat{\lambda}}-\sum x_i$$

$$\frac{n}{\hat{\lambda}}-\sum x_i=0\rightarrow\frac{n}{\hat{\lambda}}=\sum x_i\ \rightarrow\hat{\lambda}\sum x_i=n\rightarrow\hat{\lambda}=\frac{n}{\sum x_i}$$

$$=\frac{1}{\bar{x}}\qquad(23)$$

المعادلات تمثل نظام معادلات لأخطية غير قابلة للحل إلا باستعمال إحدى الطرائق العددية من أجل الحصول على المقدرات وقد تم استخدام طريقة نيوتن- رافسن.

)6-2(- تقدير طريقة الإمكان الأعظم للتوزيع Akash:]7[ ]4[ا.

لنفترض أن) تكون عينة عشوائية مستقلة من الحجم من توزيع $x_1,x_2,\ldots x_n$

Akash مع المعلمة θ ويمكن الحصول على $\ln L$، بواسطة

$$lf^*((x_1,x_2,\ldots x_n))=\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\theta^3}{\theta^2+2}\left(1+x^2\right)e^{-\theta x}\right]\qquad\ldots(24)$$

$$lnlf^*(x)=\ln\left(\prod\nolimits_{i=1}^{n}\left[\frac{\theta^3}{\theta^2+2}\left(1+x^2\right)e^{-\theta x}\right]\right)$$

$$lnLf^*(x)=\left[3n\ln\theta-n\ln\left(\theta^2+2\right)+\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1+x_i^2\right)-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right]$$

$$\frac{dlnlf^*(x)}{d\theta}=\frac{n\left(6+\hat{\theta}^2\right)}{\theta\left(2+\hat{\theta}^2\right)}\sum_{i=1}^{n}x_i\qquad\ldots(25)$$

$$=\frac{1}{3\sum_{i=1}^{n}x_i}\left(n+\frac{-n^2+6\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}{\left(-n^2-72n\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2+3\sqrt{6}\sqrt{3n^4\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2+94n^2\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^4+4\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^6}\right)^{\frac{1}{3}}}-\left(-n^2-72n\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2+3\sqrt{6}\sqrt{3n^4\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2+94n^2\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^4+4\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^6}\right)^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$=\frac{n\left(6+\hat{\theta}^2\right)}{\theta\left(2+\hat{\theta}^2\right)}-\sum_{i=1}^{n}x_i=\theta$$

يمكننا الحصول على تقديرات المعلمات غير المعروفة للمعادلة)5-6(عن طريق مساواتها بالصفر وحلها في وقت واحد. هذه المعادلات هي صيغة ضمنية، لذلك يمكن حلها باستخدام التكرار العددي مثل خوارزمية نيوتن رافسون.

7- معيار اختيار أفضل التوزيع Criteria for selection of the best distribution:]10[

عملية اختيار أفضل توزيعا تعد عملية مهمة في تحليل البيانات ولإثبات أفضلية التوزيع الأسي أو التوزيع Akash ومدى ملاءمته للبيانات الحقيقية لمرضى سرطان الفكين وباستعمال ثلاثة معايير للمفاضلة وهي:-

7-1(- معيار معلومات اكيكي)Akanke information criteria (AIC):-

اقترح معيـــــار اكيكي من قبل الباحث(1973، AkaikePetrov and Csaki) يتم استخدام لوغاريتم دالة الإمكان الأعظم ومن ثم يتم حساب AIC لكل توزيع والتوزيع الذي يمتلك أقل قيمة للمعيار يكون هو التوزيع الأفضل صيغته العامة كالآتي:

$$AIC=-2\log(l)+2r \qquad ...(27)$$

إذ إن: $\log(l)$: لوغاريتم دالة الإمكان الأعظم لمشاهدات l

r: عدد معلمات التوزيع.

-)7-2(معيار معلومات اكيكي المصحح (AIC_c Correction Akaike) (information) criteria؛ هو معيار لاختيار أفضل توزيعا يعتمد على معيار معلومات اكيكي)AIC(وتكون صيغته كما يلي:

$$AIC_c = AIC + \frac{2r(r+1)}{n-r-1} \quad ...(28)$$

إذ إن: AIC: معيار اكيكي

r: عدد معلمات التوزيع.

n: حجم العينة.

-:)Bayesian Information Criterion(BIC)) معيار المعلومات البيزي -)7-3((

ويعمل هذا المعيار عمل المعيارين السابقين تقريبا وبصيغة رياضية مختلفة تكون بالشكل الآتي:

$$BIC = M\,Ln(n) - 2Ln(L) \quad ...(29)$$

كذلك فإن التوزيع الذي يملك أقل قيمة لهذا المعيار يكون التوزيع الأفضل في تمثيل البيانات.

8- الجانب التطبيقي:

يتضمن هذا القسم تطبيقا عمليا لتوزيع Exponential وتوزيع Akash على بيانات من الواقع الحقيقي متمثلة بأوقات البقاء على قيد الحياة لحين الوفاة للحالات المسجلة للمرضى المصابين بالسرطان في مركز الأورام السرطانية في محافظة البصرة للمدة منذ افتتاح مركز الأورام في محافظة البصرة عام 2009 وحتى شهر أكتوبر لعام 2020 وتقدير دالة المخاطرة لكل مريض من أجل رسم صورة عن احتمال الوفاة المفاجئ للمرضى المصابين بهذا النوع من الأمراض حيث تم تنفيذ المحاكاة باستعمال برنامج Mathematic- 13 على أربعة أحجام عينات)50-25-75-105(لمعرفة تأثير حجم العينة على نتائج طرق التقدير.

8-1)(- وصف عينة البحث Description of the research sample:

تم جمع البيانات الحقيقية من السجل الخاص بالمرضى المسجلين في مركز الأورام في مستشفى البصرة التعليمي في محافظة البصرة والذين أدت بهم الإصابة بالمرض إلى الوفاة، إذ تم أخذ عينة عشوائية بحجم n= 105 مريض وتحديد مدة

بقائهم)xi(على قيد الحياة لحين الوفاة(بالأسبوع(وإدراجها في الجدول)1(وكما يأتي:

جدول)1(

مدة بقاء المريض المصاب بسرطان الفكين على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى ولحين الوفاة)بالأسبوع(

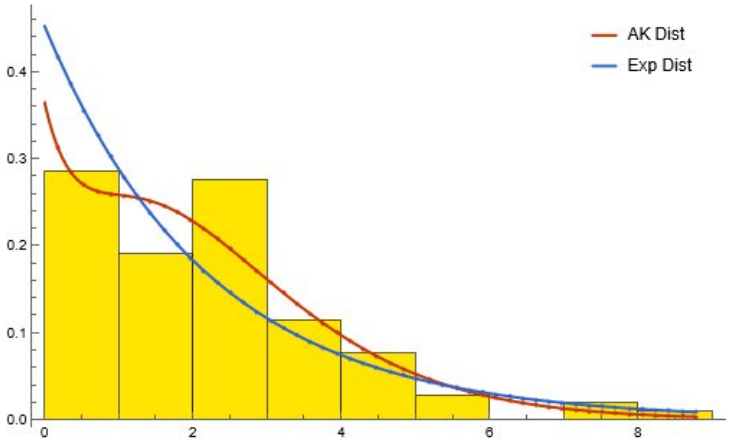
Xi	i	xi	i	xi	i	xi	i
3.45	83	2.21	57	0.94	29	0.02	1
3.53	84	2.22	58	0.98	30	0.04	2
3.54	85	2.24	59	1.00	31	0.04	3
3.59	86	2.25	60	1.03	32	0.06	4
3.61	87	2.30	61	1.04	33	0.11	5
3.65	88	2.37	62	1.18	34	0.15	6
3.94	89	2.38	63	1.19	35	0.15	7
3.95	90	2.42	64	1.21	36	0.19	8
3.97	91	2.44	65	1.23	37	0.23	9
4.00	92	2.46	66	1.23	38	0.28	10
4.03	93	2.47	67	1.25	39	0.29	11
4.31	94	2.50	68	1.29	40	0.32	12
4.34	95	2.56	69	1.31	41	0.39	13
4.40	96	2.57	70	1.34	42	0.46	14
4.66	97	2.58	71	1.39	43	0.46	15
4.96	98	2.61	72	1.45	44	0.48	16
4.97	99	2.67	73	1.51	45	0.50	17
5.39	100	2.69	74	1.62	46	0.51	18
5.70	101	2.74	75	1.66	47	0.58	19
5.80	102	2.78	76	1.72	48	0.59	20
7.44	103	2.81	77	1.82	49	0.62	21
7.94	104	2.86	78	1.94	50	0.79	22
8.78	105	2.90	79	2.01	51	0.83	23
3.13	80	2.02	52	0.83	24		
3.19	81	2.05	53	0.83	25		
3.35	82	2.11	54	0.85	26		
2.21	57	2.11	55	0.91	27		
2.22	58	2.15	56	0.93	28		

الجدول الآتي يبين أبرز إحصاءات عينة البيانات الحقيقية:

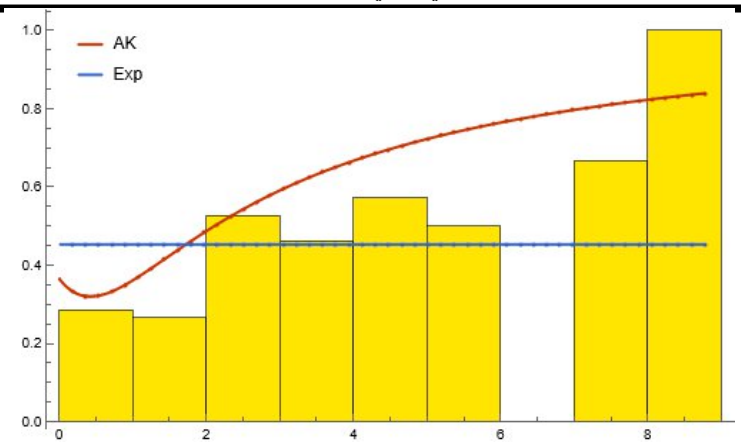
جدول)2(

يبين الإحصاءات الوصفية لبيانات العينة الحقيقية

2.20767	**Mean**
2.99713	**Variance**
1.25652	**Skewness**
5.01351	**Kurtosis**
2.05	**Median**
1.73122	**Standard Deviation**



الشكل)1(دالة الكثافة الاحتمالية المقدرة لتوزيع)Exponential(وتوزيع)Akash(بالنسبة للبيانات الحقيقية.



شكل)2(تمثيل دالة المخاطرة للتوزيع)Exponential(وتوزيع)Akash(بالنسبة للبيانات الحقيقية.

-)2-8(تحليل البيانات Data analysis:

تقدير المعلمات للبيانات الحقيقة بطريقة الإمكان الأعظم والجدول)3(يوضح تقديرات المعلمات لتوزيع)Exponential(وتوزيع Akash(المقترح ومعايير المقارنة بين التوزيعات:

جدول)3(

تقدير المعلمات لتوزيع)Exponential(وتوزيع Akash(ومعايير المقارنة للبيانات الحقيقية

Dist	parameter		AIC	AIC_C	BIC
	θ	λ			
AK	0.452966	-	372.155	369.54	369.501
Exp	-	1.04066	380.961	378.346	378.307

وعن طريق اختبارات الفرضيات الآتية وحسب المعايير المذكورة وجد أن:-

أفضلية توزيع)Akash(نتيجة امتلاكه أقل قيم (BIC،AIC,AICc) معاييروبهذا يعد أفضل توزيعا في تمثيل ووصف العينة قيد الدراسة إذا تم استعمال في تقدير دالة المخاطرة للبيانات الحقيقية وكما موضح بالجدول الآتي.

جدول)4(

مقدر ودالة المخاطرة للتوزيع الأسي وتوزيع Akash للبينات الحقيقية

I	Xi	)h(t)(Akash	i	xi	)h(t)(Akash
51	2.01	0.487723	1	0.02	0.360275
52	2.02	0.488718	2	0.04	0.357168
53	2.05	0.492678	3	0.04	0.356564

54	2.11	0.499526	4	0.06	0.352503
55	2.11	0.500173	5	0.11	0.343791
56	2.15	0.504355	6	0.15	0.336997
57	2.21	0.510708	7	0.15	0.336997
58	2.22	0.512281	8	0.19	0.331469
59	2.24	0.514786	9	0.23	0.327844
60	2.25	0.515721	10	0.28	0.32437
61	2.30	0.521592	11	0.29	0.323173
62	2.37	0.528579	12	0.32	0.321905
63	2.38	0.529781	13	0.39	0.319874
64	2.42	0.534252	14	0.46	0.319802
65	2.44	0.536614	15	0.46	0.319836
66	2.46	0.538375	16	0.48	0.320148
67	2.47	0.539544	17	0.50	0.320585
68	2.50	0.54245	18	0.51	0.320809
69	2.56	0.54847	19	0.58	0.32362
70	2.57	0.549888	20	0.59	0.324325
71	2.58	0.550453	21	0.62	0.325882
72	2.61	0.554104	22	0.79	0.33841
73	2.67	0.55964	23	0.83	0.342069
74	2.69	0.562372	24	0.83	0.342339
75	2.74	0.566694	25	0.83	0.342609
76	2.78	0.570425	26	0.85	0.344533
77	2.81	0.573586	27	0.91	0.350286
78	2.86	0.577749	28	0.93	0.352684
79	2.90	0.581598	29	0.94	0.354515
80	3.13	0.601983	30	0.98	0.358572
81	3.19	0.607367	31	1.00	0.360803
82	3.35	0.620239	32	1.03	0.364695
83	3.45	0.628036	33	1.04	0.365352
84	3.53	0.633928	34	1.18	0.381992
85	3.54	0.634965	35	1.19	0.384089
86	3.59	0.638456	36	1.21	0.386899
87	3.61	0.639878	37	1.23	0.388309
88	3.65	0.642896	38	1.23	0.388663
89	3.94	0.662761	39	1.25	0.391496
90	3.95	0.663307	40	1.29	0.396483
91	3.97	0.664577	41	1.31	0.399346
92	4.00	0.666737	42	1.34	0.402936
93	4.03	0.668874	43	1.39	0.409779
94	4.31	0.68602	44	1.45	0.417359
95	4.34	0.687477	45	1.51	0.424576

96	4.40	0.690996	46	1.62	0.439655
97	4.66	0.705474	47	1.66	0.444642
98	4.96	0.720501	48	1.72	0.451721
99	4.97	0.72077	49	1.82	0.46465
100	5.39	0.739916	50	1.94	0.479691
101	5.70	0.752991			
102	5.80	0.756684			
103	7.44	0.808955			
104	7.94	0.821203			
105	8.78	0.839325			
Sum	231.81	51.634241			
Mean	2.20771	0.4917547			

من الجدول)4(يتبين بأن قيم دالة المخاطرة المقدرة تكون متزايدة بتزايد مد ة بقاء المريض على قيد الحياة وتميل إلى الثبات عند اقتراب قيمها من قيمة المعلمة إذ نلاحظ بأن قيم دالة المخاطرة تكون متزايدة حتى بلوغ المريض مدة بقاء 18 شهرا تقريبا ثم تبدأ بالاستقرار عند تجاوز هذه المدة وهذا ما يفسر السلوك الحقيقي للإصابة بالمرض إذ عند تجاوز هذه المدة يكون المريض أقرب إلى التماثل للشفاء منه إلى الوفاة.

- الاستنتاجات والتوصيات:

استنادا إلى نتائج الجانب التطبيقي توصل الباحث إلى ما يأتي:

)1-9(- الاستنتاجات:-

1. كان توزيع Akash أفضل من توزيع الأسي في تمثيل بيانات

إن توزيع Akash كان الأفضل في طريقة تقدير الإمكان الأعظم Alabbasi .2
التوزع الأسي وحسب المعايير)AIC- BIC- AIC –(.

3. دالة المخاطرة متزايدة وهذا يتناسب طرديا مع الزمن ولجميع طرائق التقدير وهذا يتوافق مع ما تم عرضه في الجانب النظري.

)9-2(- التوصيات:-.

1. استعمال طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معلمات ودالة المخاطرة إلى توزيع الاحتمالي.

تطبيق توزيع Akash في مجالات أخرى غير الجانب الطبي Alabbasi مثل .2
الجانب الزراعي والهندسي والصناعي.

3. إمكان الجهات ذات العلاقة أن تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسات لتوظيفها منها في مجالات أخرى.
4. يوصي الباحث بتنظيم برنامج إرشادي وتوعوي لتخفيض مستوى الموت لدى الفئات العمرية الأكثر احتمالاً للإصابة بمرض سرطان الفكين ومضاعفاته.

10- المصادر:

1- بسيوني، ع ا، عبد الرحيم، رشوان & نصر.)2021(. The exponentiated Akash distribution with properties and applications. مجلة البحوث المالية والتجارية، 22)3(، 435-445.

2- حافظ، علي ماضي،)2021(مقارنة بين طريقة العزوم وطريقة المقدرات التجزيئية لتقدير الدالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط)الأسي- فريجت("مجلة الدراسات الاقتصادية والإدارية، المجلد 1، العدد 22،733–753.

3- زعلان، ريسان عبد الأمام،(2008 "،(بناء نموذج محاكاة لتحسين أداء أنشطة مركز أورام سرطان البصرة"، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

4- سلمان، محمد صادق،(2020) "بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية"، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.

5- عبد الكريم، حيدر سالم)2022(مقارنة طريقة الإمكان الأعظم والطريقة الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق، رسالة ماجستير، علوم الإحصاء- كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة.

6- المحمداوي، حسام راضي نعيمة،(2022 "،(تحليل دالة المخاطرة باستخدام نموذج انحدار cox للأطفال المصابين بمرض السرطان في مستشفى(البصرة التخصصي للأطفال)"، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

7- البدران، فراس منذر، "تقدير دالة معولية أنموذج لينذل للإجهاد والمتانة"، رسالة ماجستير، الجامعة المستنصرية، كلية الإدارة والاقتصاد. 2014

8- هرمز، أمير حنا،(1990(الإحصاء الرياضي "، كتاب منهجي، دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.

9- Al-sabah, S., (2020), Estimation of Hazard Function of a Composite Probability Model Applied Study of a Sample of Deaths of Breast Cancer Patients in ThiQar Governorate. 347937669/http://www.researchgate.net/publication

10- Burnham, P. K. and Anderson, D. R., (2004), "Multimodal Inference Understanding AIC and BIC in Model ,)2(,)33(,Selection", Sociological Methods & Research .)261-304(

11- Ganaie, R. A., & Rajagopalan, V. (2020). On weighted three parameters Akash distribution with application of .877-893 ,)4(*14* ,lifetime data. *Journal of Xidian University*

12- Shanker, R., & Shukla, K. K. (2017). On two-parameter .416-425 ,)5(*6* ,Akash distribution. *Biom. Biostat. Int. J*