(مقارنة بين طريقتي كريكنك المنفصل وكريكنك المؤشر للتنبؤ بالتوزيع المكاني لنسبة تلوثBOD في مياه الصرف الصحي في العراق)

ميس مؤيد عبد المجيد البياتي
وزارة الاعمار والاسكان والبلديات \ الدائرة الفنية

ا.م.د. عدي طه رحيم العنبكي
الجامعة المستنصرية \كلية الادارة والاقتصاد\ قسم الاحصاء

تاريخ القبول: 2021/6/21 تاريخ النشر:2022/1/30

المستخلص :

يتناول هذا البحث استخدام الاحصاء الجغرافي في تقدير نسب التلوث غير المقاسة بمياه الصرف الصحي بالمواد الكيميائية العضوية(B.O.D Biochemical oxygen Demand(في محافظات العراق عدا اقليم كردستان باستخدام بعض نماذج كريكنك المفردة الاحتمالية في التنبؤ المكاني بأستخدام انموذج كريكنك المنفصل disjunctive kriging وانموذج كريكنك المؤشر indicator kriging بالاعتماد على بيانات حقيقية مقاسة مع احداثياتها وباستخدام برنامج Arc 10.4.1 و تقدير قيمة الدالة عند نقطة باستخدام النقاط القريبة . و باستخدام بعض نماذج دالة شبه الفاريوكرام (stable, spherical, exponential, Gaussian) واستخدام الاكثر ملائمة منها ورسم الخرائط التنبؤية لمؤشرات التلوث وتم المقارنة بين النماذج بخمسة معايير لمؤشرات خطاء الاستيفاء وهي متوسط الاخطاء (ME) و متوسط الاخطاء المعياري (MSE) وجذر متوسط مربعات الاخطاء (RMSE) ومعدل الاخطاء المعياري (ASE) وجذر متوسط مربعات الاخطاء المعياري (RMSSE) وقد توصلت الدراسة الى ان استخدام دالة شبه الفاريو كرام من نوع Disjunctive stable كان هو الامثل بالنسبة لبيانات تلوث B.O.D وتم تقدير التلوث في النقاط غير المقاسة (نينوى ,صلاح الدين الدجيل , ديالى , واسط الكرامة , بابل الوردية ,البصرة حمدان) وبينت الدراسة الى ان التلوث كان يبين زيادة تركيز B.O.D كلما اتجهنا الى جنوب العراق .

الكلمات المفتاحية (الاحصاء الجغرافي ,كريكنك ,دالة شبه الفاريوكرام ,الاستقرارية , تحليل الاتجاه)

Compare between two interpolation methods (disjunctive kriging model Indicator kriging) for predicting spatial distribution of pollution ratio B.O.D in wastewater in Iraq

Abstract

This search deals with the use of geographical statistics in estimate proportions of unmeasured pollution with chemical organic (B.O.D) Biochemical oxygen Demand in governorates of Iraq except Kurdistan regional, by using some univariates probability kriging models in spatial prediction by using disjunctive kriging and indicator kriging models depending on the measured true data with their coordinates by using ARC10.4.1 and estimate the function value in one point from the close points . by using some semivariogram models (stable, spherical, exponential and Gaussian).and by using the more fitting from them. And by predictive mapping for pollution indications. the comparison was made by five criteria for spatial error indications those are (mean error, root mean square error , mean standardized error ,root mean square standardized error ,average standard error) , the study found that disjunctive kriging model by using semivariogram function of stable type was the best model for pollution data B.O.D . the pollution has been estimated in the un measured points(Ninawa , Salah Al-diyn Al-djyl ,Diyala , Wasit , Babel Al-Wardia ,Basra Humdan) the study showed that B.O.D pollution increase whenever we go towards south of Iraq

Key words(geographical statistics, kriging, semivariogram function, Stationarity, analysistrend)

المقدمة :

يستعمل التحليل المكاني في تطبيقات نظم المعلومات الجغرافية وهذا النظام يوفر ادوات التحليل المكاني والإحصاءات المتعلقة بالمعالم لغرض الاستيفاء المكاني (spatial interpolation) وهو تطبيق عملي يكون قائم على انشاء سطح يعمل على تمثيل الظاهرة التي اخذت منها العينات و تحليل البيانات للدراسة المكانية وتحويل البيانات الى معلومات مكانية والربط بين المعلومات وموقعها وامكانية التحديث والتعديل عليها لاستخدامها في اتخاذ القرار الافضل وهو يمثل عملية تقدير قيمة الدالة عند نقطة من علاقتها بالنقاط القريبة وتمثيل العلاقات المكانية بشكل رقمي على خرائط توضح كل المعلومات المرتبطة بمكان معين وهنا تكمن اهمية نمذجة (ارقام ,مخططات ,تدرجات لونية) ضمن خرائط ممكن قراءتها و يتم تفسير البيانات المأخوذة على انها نتيجة لعملية عشوائية لكنها تسمح للباحث ببناء اساس منهجي للاستدلال المكاني في المواقع غير المرصودة. ان العمليات العشوائية المكانية تقسم الى عمليات عشوائية مكانية مستقرة واخرى غير مستقرة وتكون العمليات العشوائية غير مستقرة في اغلب التطبيقات العملية . تمثل البيانات المستعملة بيانات تراكيز تلوث مياه الصرف الصحي بالمواد العضوية B.O.D . ويعتبر مؤشر(Biochemical oxygen demand (B.O.D)) من اكثر مؤشرات التلوث العضوية خطورة في مياه الصرف الصحي وهو الطلب على الاوكسجين البايو كيميائي وكمية الاوكسجين الذائبة التي تحتاجها الكائنات البيولوجية في مياه الصرف الصحي لتكسير المواد العضوية الموجودة في درجة حرارة $20\ C^0$

مشكلة البحث (problem of the research):

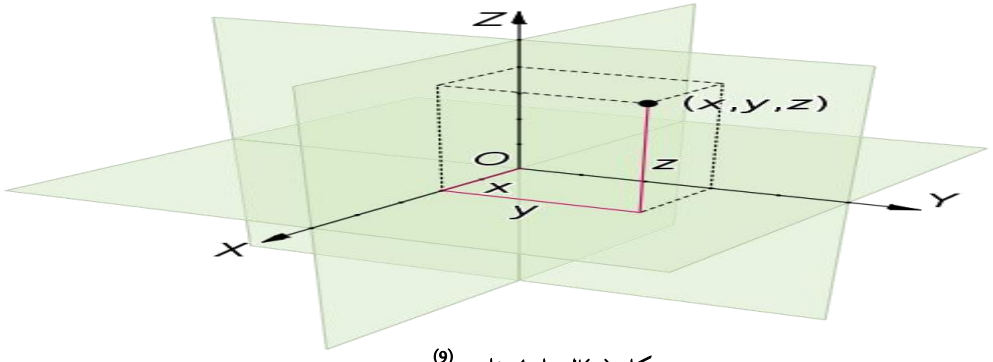
يعد التلوث احد المشاكل المهمة في العراق لما لها من تأثير مباشر على صحة الانسان , ان مشكلة توفير البنى التحتية لشبكات الماء والمجاري وتوزيعها على جميع محافظات العراق و نقص بيانات التلوث لبعض المحافظات يعد من المشاكل الرئيسية التي يساعد التنبؤ المكاني في استقرائها عن بعد في المناطق التي يصعب الوصول اليها او المناطق غير المقاسة بسبب توقف محطاتها لأسباب امنية او لعطل مفاجئ وكذلك الحاجة الى تحديد ابعاد مناطق الدراسة وتوفير احداثياتها واختيار طرق دقيقة لتقدير نسب التلوث في تلك المناطق وذلك باختيار الانموذج الامثل للوصول الى مقدرات دقيقة وحلول مناسبه لمشكلة التلوث .

Objective of the researchهدف البحث :

هدفت الدراسة لاختيار الانموذج التنبؤي الافضل الذي يلائم نمط توزيع قيم البيانات في منطقة الدراسة والتوصل الى نظام معلومات مكاني يعتمد عليه في بناء تصورات مستقبلية وتوفير المعلومات الضرورية لأصحاب القرار وبالتالي اتخاذ قرارات سليمة في مجال التخطيط في مواجهه ازمة التلوث البيئي من خلال تأمين الخدمات . وذلك بتقدير التوزيعات المكانية لمستوى التلوث لمياه الصرف الصحي في محافظات العراق عدا اقليم كردستان باستخدام نماذج التنبؤ المكاني الجيو احصائي kriging وعدة نماذج شبه فاريوكرام و باستخدام برنامج Arc .

الفضاء الاقليدي (Euclidean space)[9]:

وهو فضاء متجه معرف على حقل الاعداد الحقيقية R الذي وضعه العالم اليوناني اقليدس ويكون هذا الفضاء اما ثنائي الابعاد (x, y)او ثلاثي الابعاد (x,y,z) ومن استخداماته يستخدم في النمذجة المكانية, حيث يتم تحديد النقاط بواسطة الاحداثيات التي تكون المساحات الاقليدية وذلك من خلال السمات التي تمتلكها البيانات لتشكيل الحقل في الفضاء الاقليدي و يرمز له بالرمز R^n إذان n=2,3..,q وان q البعد في الفضاء الاقليدي (dimensional Euclidean **space**)[9]



شكل (1)الفضاء الاقليدي[9]

الدوال العشوائية Random functions(rf)(6)(5):

في الاحصاء الجغرافي يتم تصنيف ظاهرة تحدث في الفضاء على انها اقليمية عندما تمتد النقاط $S_1, S_2, \dots, S_n$ في المنطقة D للمجال الاقليدي R فسيكون لدينا مجموعة من المتغيرات العشوائية $z(S_1), Z(S_2), \dots, Z(S_n)$ والتي تشكل دوال عشوائية $Z(S_n)$ في المجال العشوائي المكاني $[Z(S_i), s \epsilon D]$ وتمتلك هذه الدوال العشوائية توزيع خاص بها اي عندما يأخذ المتغير العشوائي موقعا مكانيا يكون تمثيله كدالة عشوائية.[5][6]

الاستقرارية الجيو احصائية Stationarity Geostatistics(5) :

في المصطلحات الرياضية والاحتمالية تشير فرضية الأستقرارية الى السلوك المنتظم في فضاء العزوم او الدالة نفسها وتكون الدوال العشوائية غير مستقرة عندما يكون المتوسط ودالة التغاير تعتمد على الموقع اي ان المتوسط يكون غير ثابت . ان الأستقرارية التي تشير الى درجة معينة من التجانس في الاقلمة عبر الفضاء هي من الصفات المرغوبة والهدف من وضع فرضية الأستقرارية هو استبدال التكرارات التي يتعذر الوصول اليها بالتكرارات في الفضاء الاقليدي , اي ان القيم الملاحظة عند اختلاف المواقع في المجال قيد الدراسة لها نفس الخصائص, وتعني فرضية الأستقرارية ان القانون المكاني للاحتمالية لمجموعة من النقاط لا تعتمد على المواقع المحددة التي تم القياس فيها ولكن فقط على المسافات الاقليدية .[5]

الاستقرارية الشديدة Strict stationarity(5):

عند استخدام هذا النوع من الاستقرارية ستبقى جميع الخصائص العشوائية كما هي وتكون $Z(S_i)$ نفسها $Z(S_i+h)$ اي ان المسافة بين الازواج h تشير الى الموضع الاول اي انها متساوية وهذا يعد شرطا صارما هذا الشكل من الأستقراريه غير عملي ومقيد للغاية.[5]

استقرارية الدرجة الثانية second order stationarity(5):

الأستقراريه من الدرجة الثانية او ما يسمى بالثبات الضعيف لا يفرض شروطا على قانون الاحتمالات ولكن فقط على المتوسط والتغاير يجب ان تكون ثابتة وان الاستقرارية من الدرجة الثانية تنطبق على الدالة العشوائية وليس على البيانات يمكن تفسير فرضيات الاستقرارية من الدرجة الثانية كما لو ان المتغير الموقعي يأخذ قيما تتقلب حول قيمة ثابتة (المتوسط) و ان تباين هذه التقلبات هو نفسه في كل مكان في المجال.[5]

الاستقرارية الاساسية Intrinsic Stationarity(5):

تفترض الاستقرارية الاساسية ان المتوسط ثابت على المساحة الموقعية A بدلا من افتراض متوسط ثابت على كامل المساحة D واذا كان المتوسط ثابت موقعيا فأننا نتوقع منطقيا ان يكون الفرق بين قياسين قريبين من بعضهما صفر ان الاستقرارية من الدرجة الثانية تؤدي الى الاستقرارية الاساسية لكن العكس ليس صحيح .[5]

المتغيرات المكانية Spatial Variability(6) :

وهي المتغيرات التي يتعامل بها علم الاحصاء المكاني وتكون معتمدة و توزع عشوائيا في الفضاء ولديها درجة معينة من الارتباط الذاتي المكاني تأخذ بنظر الاعتبار الاتجاهات المختلفة في مجموعة النقاط الاصلية .ان لكل قيمة من قيم المتغير المكاني احداثيات تمثلها . يمثل المتغيرات الموقعية العشوائية Regionalized_variables في الموقع S ضمن المنطقة D في الفضاء الاقليدي ($S \in D \leq R^q$) و q=2,3,...n وان المتغير العشوائي يكون مستقر من الدرجة الثانية اذا كان التوقع لا يعتمد على الموقع s وان لكل زوج من المتغيرات العشوائية المكانية يكون التغاير معروف ويعتمد على المسافة الاقليدية h وهي المسافة بين زوج من المشاهدات حيث كلما زادت h بين المشاهدات كلما التغاير اصبح اصغر.[6]

دالة الفاريوكرام (تباين الفروق) VARIOGRAM(4)(9)(10):

في العلوم الجغرافية يستخدم تباين الفروق Variogram بدلا من التغاير ان تباين الفروق يصف الاستمرارية المكانية للبيانات وانها تغطي نطاقا اوسع من دالة التباين المشترك للمتغيرات المكانية عرف العالم ماثيرون دالة شبه الفاريوكرام $\gamma(h)$ على انه نصف متوسط الفرق التربيعي بين النقاط (S_i, S_j)مفصولة عن بعضها ببعد h وعرف دالة الفاريوكرام ب $2\gamma(h)$ وان دالة شبه الفاريوكرام تكتب كالتالي

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (Z(s_i) - Z(s_i + h))^2 \qquad \dots\dots(1)$$

ان تباين الفروق بين المشاهدات المكانية والتي تبعد عن بعضها البعض بإزاحة h تميل الى الزيادة ولكنها تصل عند مسافة معينة مثل h=a تثبت عندها وهذه المسافة الثابتة تدعى المدى (Range) وبعد هذا المدى تصبح قيمة التغاير ثابته تساوي تباين المشاهدات σ^2 وهذا التباين يسمى العتبة (Sill) , وان القياس المتكرر للفاريوكرام عند نفس النقطة يسمى بتأثير الكتلة الصلبة (Nagget) .[9]

من انواع دالة شبه الفاريوكرام[10]

النموذج الكروي Spherical model عندما يكون الفضاء الاقليدي R^1, R^2, R^3 يعرف كما يلي

$$\gamma^{sph}{}_{a,b}(h) = \begin{cases} b\left[\frac{3}{2}\frac{|h|}{a} - 0.5\left(\frac{|h|}{a}\right)^3\right] & if 0 \le |h| \le a \\ b & otherwise \end{cases} \qquad \dots..(2)$$

حيث ان b,a تمثل المعلمات اذ ان a هي المدى وان b تمثل العتبة

حيث ان b,a تمثل المعلمات اذ ان a هي المدى وان b تمثل العتبة

نموذج stable model

$$\gamma^{sta}{}_{a,m}(|h|) = \begin{cases} b\left[1 - exp\left(-\left(\frac{|h|}{a}\right)^{\alpha}\right)\right] & if 0 \le \alpha \le 2 \\ b & otherwise \end{cases} \qquad \dots..(3)$$

حيث ان α تمثل معلمة الشكلshape parameter

النموذج الاسي exponential model يتحقق عندما $R^d, d \ge 1$

$$\gamma^{exp}{}_{a,b}(h) = b\left[1 - \exp\left(-\frac{|h|}{a}\right)\right] \qquad for|h| \ge 0 \qquad \dots\dots(4)$$

النموذج الكاوسي Gaussian model يتحقق عندما $R^d, d \ge 1$

$$\gamma^{gau}{}_{a,b}(h) = b\left[1 - \exp\left(-\frac{|h|^2}{a^2}\right)\right] \qquad for|h| \ge 0 \qquad \dots..(5)$$

نماذج كريكنك kriging models(4)(10) :

ان نماذج الاحصاء الجغرافي الاكثر استخداما في الاستيفاء المكاني هي نماذج كريكنك وتستخدم للتنبؤ بقيمة نقطة معينة وذلك عن طريق حساب المجموع الخطي او المتوسط المرجح في المناطق المجاورة للنقطة الغرض من استعمال نماذج كريكنك هو تقدير قيمة دالة عشوائية Z(s) في نقطة محددة او موقع s لمجموعة العينات المقاسة $Z(S_i)$ ماخوذة عند الموقع S_i عندما i=1,2,.....,n النظرية الاساسية لنماذج كريكنك تتعامل مع احداثيات احادية او ثنائية او ثلاثية الابعاد اي عندما تكون s ذات اتجاه واحد x او اتجاهين (x, y) او ثلاث اتجاهات (x,, v, y)ويمكن تعميمها الى q من الابعاد$(S^1, S^2, \dots\dots, S^q)$ S= ويمكن الحصول على تقدير خطي من نقاط البيانات المقاسة S_i , حيث يمكن ان تكتب نماذج التنبؤ لها باستخدام التغاير (covariance) او باستخدام تباينات الفروق (variogram) .[10](4)

انموذج كريكنك المنفصل disjunctive kriging model (DK)(11)(9)(8):

اقترح هذا الانموذج من قبل العالم ماثيرون في عام 1976 . ويعد انموذج كريكنك المنفصل من النماذج غير الخطية ويتم استخدامه للمتغير الاساسي (primary variable) الذي لا يمكن للتحولات التقليدية (اللوغارتم والجذر التربيعي) ان تسفر عن توزيع طبيعي ويتم تحويل المتغير الاساسي الى متعددات الحدود لهرمت (Hermite polynomial) والتي تكون سلسلة من المتغيرات الفرعية الموزعة بشكل طبيعي

ويتم تجميعها بشكل منفصل. وان هذا الانموذج يكون مقدره غير متحيز وبأقل تباين للأخطاء و يوفر ايضا تقديرا للاحتمال الشرطي بان يكون المتغير العشوائي الموجود في نقطة ما على كتلة في فضاء ثنائي الابعاد يتجاوز عتبات (thresholds) ويمكن تقديره بطريقتين الاحتمالية او التنبؤية .[8] عندما تكون الدالة العشوائية Z(S) مستقرة من الدرجة الثانية في المواقع $S_1, S_2, \dots, S_n$ يتم تحويلها الى الدالة العشوائية Y(S) . بأستخدام دالة توزيع كاوسن حيث يتم تحويل المتغير الاولي Z(s) الى Y(S) بأستخدام متعدد الحدود لهرمت .

وبذلك تكتب معادلة التقدير كالاتي

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^{n} f_i(Y(s_i)) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=0}^{\infty} f_{ik} \quad H_k\big(Y(s_i)\big) \qquad \dots..(6)$$

حيث ان $\hat{Z}(s_0)$ تمثل القيمة المقدرة عند النقطة s_0 , و $f_i\big(Y(s_i)\big)$ هي دالة سلسلة متعدد الحدود لهرمت, و H_k تمثل متعدد الحدود لهرمت , و f_{ik} هو ثابت يعتمد على نوk ,وان $Y(s_i)$ تحويل كاوسن لكل Z(s_i)

وللحصول على مقدرات غير متحيزة وجيدة BLUE فان تباين الخطاء يجب ان يمتلك توقع مساوي للصفر وان تباين الخطاء $E(Z(s_0) - \widehat{Z_{DK}}(s_0))^2$ يكون اقل ما يمكن وهذا يحدث عندما تكون (s_0)- $Z(s_0)\widehat{Z_{DK}}$ متعامدة مع الدالة (f(Z(s_i وهذا يعني ان

$$E\left[\left(Z(s_0) - \widehat{Z_{DK}}(s_0)\right) f_i\big(Z(s_i)\big)\right] = 0$$

$$E\{Z(s_0) f_i Z(s_i)\} = E\{\widehat{Z_{DK}}(s_0) f_i(Z(s_i)\} \qquad \dots\dots(7)$$

يمكن كتابة المعادلة(7) بصيغة التوقع الشرطي وكالاتي

$$E\left(Z(s_0)\backslash Z(s_j)\right) = E(\hat{Z}(s_0)\backslash Z(s_j)) \qquad \dots\dots(8) \qquad j = 1, \dots., n$$

وللتحويل من *Z(s)* الى *Y(s)* نستعمل متعدد الحدود لهرمت وفق الصيغة التالية

$$\emptyset(Y(s)) = Z(s) = \sum_{k=0}^{\infty} C_K\, H_K\big(Y(s)\big) \qquad \dots\dots.(9)$$

حيث ان $\emptyset(Y(s))$: تمثل دالة التحويل على فرض ان *y(s)* متغير عشوائي يتوزع توزيع كاوسين ثنائي المتغير , وان $H_K\big(Y(s)\big)$: تمثل سلسلة متعدد الحدود لهيرمت وان *(k=0,1,....)* وان C_K : المعاملات وتحسب وفق الصيغة التالية

$$C_K = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \emptyset(y) H_k(y) exp(-y^2/2) dy}{k!\,(2\,\pi)^{1/2}} \qquad \dots\dots(10)$$

$\emptyset(y)$:هي الدالة التي تمثلها السلسلة اللانهائية من متعددات الحدود لهيرمت حيث في كريكنك المنفصل $\emptyset(y)$ تكون بصورة عامة غير معلومة ولا نستطيع حسابها بطريقة التكامل حيث تتطلب عدد هائل من تقنيات التكاملات ومعرفة $\emptyset(y_i)$ لعدد كبير من النقاط $y_1, y_2 \dots. y_n$ والبديل هو تكامل هيرمت والذي يستخدم فقط عددا قليل من النقاط الخاصة v_i

$$C_k = \frac{1}{k!\,(2\pi)^{1/2}} \sum_{i=1}^{J} \lambda_i \emptyset(v_i) H_K(v_i) exp(-{v_i}^2/_2) \qquad \dots\dots(11)$$

حيث ان λ_i : معامل الوزن و v_i :هي نقطة في الفضاء موازية الى المحور الافقي (احداثي سيني) ومتعامدة مع *y(s)* , وان $\emptyset(v_i)$: هي الدالة التي تمثلها السلسلة اللانهائية من متعددات الحدود لهيرمت للنقطة v_i , وان $H_K(v_i)$: تمثل سلسلة متعدد الحدود لهيرمت للنقاط v_i

وبدمج المعادلة (6) والجهه اليسرى من المعادلة (9) مع المعادلة (8) نحصل على المعادلة

$$E\left[\emptyset(Y(S_O))\backslash Y(S_j)\right] = \sum_{i=1}^{n} E\left[f_i(Y(s_i))\backslash Y(s_j)\right] \qquad \dots\dots\dots(12)$$
$$j = 1, \dots\dots, n$$

اما الدالة الثنائية وارتباطها بكثافة متغيرين كاوسيين معياريين y,x هي

$$f(x,y) = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathfrak{p}_{xy})^k H_k(x) H_k(y) g(x) g(y)/k! \qquad \dots\dots(13)$$

حيث $\mathfrak{p}_{xy}$: تمثل معامل الارتباط الذاتي بين y وx , وان g: تمثل دالة الكثافة المعيارية لكاوسن

يمكن حساب التوقع الشرطي على النحو التالي[9][11]

$$E(\emptyset(x)|Y) = \sum_{K=0}^{\infty} \left(\mathfrak{p}_{xy}\right)^k C_K H_K(Y) \qquad \dots\dots(14)$$

وبتعويض المعادلة (14) في المعادلة (12) نحصل على المعادلة التالية

$$\sum_{K=0}^{\infty} C_K H_K(Y(s_j))\left(\left(\mathfrak{p}_{0j}\right)^k - \sum_{i=1}^{n} f_{ik}(\mathfrak{p}_{ij})^k \Big/ C_k\right) = 0 \qquad j = 1, \dots, n \dots.(15)$$

حيث يتم تحويل السلسلة اللانهائية الى عدد معلوم من k . ولنفرض ان $b_{ik} = {f_{ik}}/{C_K}$

ومع الاخذ بنظر الاعتبار ان المعادلة (15) يجب ان تلائم جميع الفترات الفاصلة K

وبذلك فأن القيم التقديرية الى $\hat{Z}_{DK}(s_0)$ تحسب من معادلة التقدير الاتية

$$\hat{Z}_{DK}(s_0) = \sum_{k=0}^{\infty} C_K \widehat{H_K}(Y(s_0)) \qquad \dots\dots(16)$$

اما $\widehat{H_K}(Y(s_0)$ متعدد الحدود لهرمت ونحصل عليه من مجموع الاوزان وكالاتي

$$\widehat{H_K}\left(Y(s_0)\right) = \sum_{i=1}^{n} b_{ik} H_k\left(Y(s_j)\right) \qquad \dots..(17)$$

حيث ان b_{ik} تمثل الاوزان ويتم تحديدها بواسطة استخدام انموذج كريكنك البسيط حيث ان

$$\sum_{i=1}^{n} b_{ik} \left(\mathfrak{p}_{ij}\right)^k = \left(\mathfrak{p}_{0j}\right)^k \qquad \dots\dots\dots(18)$$
$$, j = 1, \dots., n \quad i = 1, .., n \quad k = {}_{1,2\dots K}\forall i$$

حيث ان $\mathfrak{p}_{ij}$ يمثل الارتباط الذاتي بين j,i وان $\mathfrak{p}_{0j}$: يمثل الارتباط الذاتي بين j ونقطه التنبؤ ويمكن كتابة المعادلة (18) بصيغة المصفوفات

$$\begin{bmatrix} (\mathfrak{p}_{11})^k & \dots & (\mathfrak{p}_{n1})^k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathfrak{p}_{1n})^k & \dots & (\mathfrak{p}_{nn})^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{1k} \\ \vdots \\ b_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathfrak{p}_{01})^k \\ \vdots \\ (\mathfrak{p}_{0n})^k \end{bmatrix} \qquad \dots\dots.(19)$$

$$\mathfrak{p}\, b = E \qquad \dots\dots\dots(20)$$

حيث ان $\mathfrak{p}$: تمثل مصفوفة الارتباطات الذاتية من الدرجة$n*n$, وان b : تمثل متجه الاوزان من درجة$n*1$ وان Eتمثل متجه عمودي للارتباطات الذاتية من الدرجة $n*1$

من المعادلة (20) نلاحظ بان المتوسط غير موجود لان متوسط متعدد الحدود لهرمت هو صفر لجميع قيم $k>0$ و كذلك فأن تقدير انموذج كريكنك البسيط لمتعدد الحدود من الدرجة صفر يكون واحد كما نلاحظ ايضا بان دالة الارتباط الذاتي موجودة وكذلك يمكن استخدام دالة شبه الفاريوكرام لقيم المشاهدات التي تم تحويلها باستعمال دالة توزيع كاوسن كما اننا نحتاج دالة الارتباط الذاتي وكذلك دالة شبه الفاريوكرام للتحقق وايجاد مقدرات انموذج كريكنك. وان تباين الاخطاء يحسب كالاتي

$$\sigma_{DK}{}^2 = \sum_{k=1}^{K} k!\, C_k^2 (1 - \sum_{i=1}^{n} b_{ik} (\mathfrak{p}_{0i})^k \qquad \dots\dots(21)$$

ويمكن ايجاد دالة الارتباط $\mathfrak{p}(h)$ بأستخدام البيانات المحولة من المتغير العشوائي $Z(s_i)$ الى المتغير الجديد $Y(s_i)$ و اذا كانت دالة شبه الفاريوكرام موجودة حيث نستعمل العلاقة التالية

$$\mathfrak{p}(h) = 1 - \Upsilon(h)/C(0) \qquad \dots\dots(22)$$

ان الاحتمالية الشرطية بصيغة التقدير النقطي فتكون كالاتي [11]

$$\mathrm{P}[Z(s_0) \geq z_c \backslash Z(s_i)] = P[Y(s_0) \geq y_c \backslash Y(s_i)] \qquad \dots(23)$$

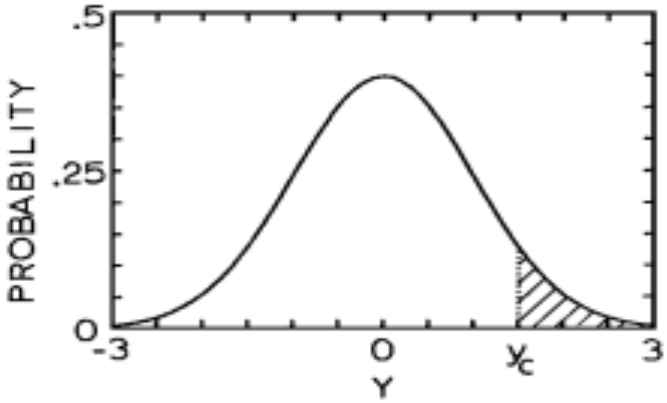
حيث ان تقدير النقطة للاحتمال الشرطي الى $Z(s_0)$ اعلى من قيمة القطع z_c حيث ان y_c قيمة القطع المحولة اما الاحتمالية الشرطية بصيغة تقدير الكتلة فتكون كالاتي

$$\mathrm{P}[\bar{Z}(s_0) \geq z_c \backslash Z(s_i)] = \frac{1}{V} \int \mathrm{P}[Z(s) \geq z_c \backslash Z(s_i)] ds \qquad \dots\dots(24)$$

حيث ان $\bar{Z}(s_0)$: تمثل القيمة المتوسطة للكتلة S_0 النقطة المختارة بشكل عشوائي في الكتلة V وان z_c تمثل قيمة القطع وان $Z(s_i)$ تمثل البيانات المستخدمة في عملية التقدير حيث $i=1,2,\dots n$من اجل تحديد الاحتمال الشرطي بأستخدام كريكنك المنفصل يجب اعادة صياغة المشكلة بحيث يكون مقدر كريكنك المنفصل والذي يقدر التوقع الشرطي سوف يقدر ايضا الاحتمال الشرطي لذلك فأننا نحدد دالة المؤشر $\Theta_{y_c}[Y(s_i)]$ بناء على قيمة القطع y_c وكما يأتي [11]

$$\Theta_{y_c}[Y] = 1 \qquad Y \geq y_c$$

$$\Theta_{y_c}[Y] = 0 \qquad Y < y_c$$



شكل (2)[11] يوضح دالة الكثافة الاحتمالية الشرطية المثالية من حيث المتغير المحول والمنطقة المظللة تمثل الاحتمال الشرطي التي فيه متغير المؤشر اعلى من دالة القطع المحولة y_c

انموذج مؤشر كريكنك Indicator kriging(IK) (3)(8)(9) :

وهو انموذج غير خطي يفترض بان المتوسط m يكون ثابت . ويستخدم هذا الانموذج عند تقدير التوزيع الاحتمالي للمجال العشوائي قيد الدراسة في نقطة غير معلومة او كتلة . وهو يستخدم عندما تكون البيانات فئوية وهناك انواع مختلفة من ترميز المؤشرات اعتمادا على طبيعة المعلومات الموقعية (المكانية) المتوفرة . وان ترميز المؤشر الاكثر استخدام هو المؤشر الثنائي حيث يمكن تحويل المتغير المستمر الى متغير ثنائي (1,0) عن طريق اختيار عتبة (threshold) في محلل الاحصاء الجغرافي اذا كانت القيم اعلى من الحد الادنى اي ان القيم تكون فوق العتبة فأنها تكون واحد واذا كانت اقل من الحد الادنى اي ان القيم تحت العتبة فانها تكون صفر.[8] كما في الشكل (3) والمعادلة التالية توضح ذلك

$$I(s, z_T) = \begin{cases} 1 & if \quad Z(s) \le z_T \\ 0 & if \quad Z(s) > z_T \end{cases} \qquad \dots\dots(25)$$

z_T : تمثل القطع وان $I(s, z_T)$: تمثل دالة المؤشر في الموقع s والقطع z_T

شكل (3) يمثل اختيار العتبة (الشكل من برنامج Arc)

$$P(I(s, z_T) = 1) = P(Z(s) \le z_T) = F_{z(s)}(z_T) \qquad \dots\dots(26)$$

$$P(I(s, z_T) = 0) = P(Z(s) > z_T) = 1 - F_{z(s)}(z_T) \qquad \dots\dots\dots(27)$$

كذلك يمكن استخدام ترميز المؤشر لانواع اخرى من البيانات مثل البيانات المشتركة وفترات القيد حيث توجد دالة مؤشر $I(s, z_T)$ لكل دالة قطع z_T . وبافتراض ان الدالة العشوائية في مجال الدراسة تحتوي مؤشرات مستقرة من الدرجة الثانية فأنه يمكن استنتاج التعبيرات التالية من المعادلتين السابقتين(26) (27) وكالاتي

التوقع للمؤشر هو كالاتي

$$E\big(I(s, z_T)\big) = F_{z(s)}(z_T) \qquad \dots\dots(28)$$

اما التباين للمؤشر هو

$$V\big(I(s, z_T)\big) = F_{z(s)}(z_T)\left(1 - F_{z(s)}(z_T)\right) \qquad \dots\dots(29)$$

وان دالة التغاير للمؤشر هي

$$C_{z_T}(h) = E\big(I(s, z_T)I(s+h, z_T)\big) - E\big(I(s, z_T)\big)E(I(s+h, z_T))$$

$$= P\big(I(s, z_T)I(s+h, z_T)\big) = 1) - P(I(s, z_T) = 1)P(I(s+h, z_T) = 1)$$

$$C_{z_T}(h) = F_{z(s),z(s+h)}(z_T, z_T) - (F_{z(s)}(z_T))^2 \qquad \dots\dots(30)$$

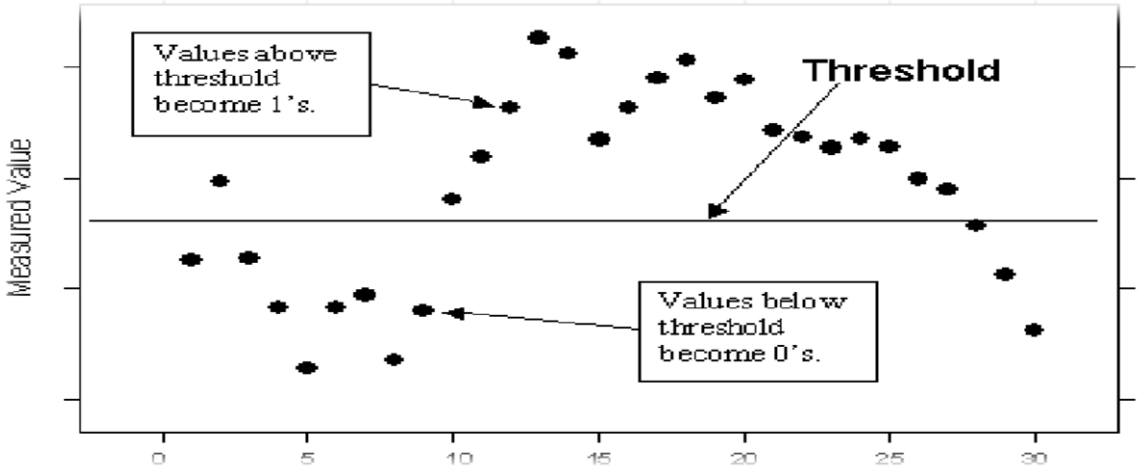
اما دالة شبه الفاريوكرام للمؤشر فهي

$$\gamma_{z_T}(h) = C_{z_T}(0) - C_{z_T}(h)$$

$$= V\big(I(s_0, z_T)\big) - C_{z_T}(h, z_T)$$

$$\gamma_{z_T}(h) = F_{Z(S)}(z_T) - F_{Z(S),Z(S+h)}(z_T, z_T) \qquad \dots\dots\dots(31)$$

ان انموذج مؤشر كريكنك (IK) يشمل كلا" من انموذج كريكنك البسيط (SIK) حيث متوسطه ثابت في كل مجال الدراسة ويشابه انموذج كريكنك الاعتيادي (OIK)حيث ان متوسطه يكون ثابت موقعيا. ويكون انموذج مؤشر كريكنك مشابهه لها لكنه فقط يختلف عنها باستخدامه قيم المؤشر بدلا من المتغير العشوائي Z(s) , وكذلك فان هذا الانموذج يمكن استخدامه مثل انموذج كريكنك الاعتيادي فوق كتلة كريكنك اويمكن استخدامه مثل انموذج كريكنك البسيط مع متوسطات موقعية سابقة.[9]



وللتقدير ثم التنبؤ عند النقطة غير المقاسة s_0 باستخدام انموذج مؤشر كريكنك سيكون كالاتي

$$\hat{I}C(s_0, z_T) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (z_T) I(s_i, z_T) \qquad \ldots\ldots(33)$$

$\hat{I}(s_0, z_T)$: تمثل مقدر مؤشر كريكنك z_T : تمثل القطع S, : تمثل الموقع

$I(s_i, z_T)$: تمثل دالة المؤشر في الموقع s والقطع z_T

وهذه النتيجة ممكن ان تفسر تقدير الاحتمالية الى[11]

$$P(Z(s_0) \le z_T / I(s_1, z_T), \ldots\ldots, I(s_1, z_T)) \qquad \ldots\ldots(34)$$

حيث انها تحقق

- $0 \le \hat{I}(s_0, z_T) \le 1$
- $\hat{I}(s_0, z_T) \le \hat{I}(s_0, z'_T) \quad if \quad z_T \le z'_T$

ولايجاد الاوزان لانموذج مؤشر كريكنك التي تقوم بتصغير متوسط مربعات خطاء التقدير مع بقاء خاصية عدم التحيز فأننا سنستخدم طريقة مضاعف مضروب لاكرانج عندما يكون مجموع الاوزان مساوي الى الواحد وكالاتي

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} \lambda_j(z_T)\, Y_{z_T}(s_i - s_j) + w(z_T) = Y_{z_T}(s_0 - s_j) & i = 1, \ldots, n \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j (z_T) = 1 \end{cases} \qquad \ldots(35)$$

$\lambda_j(z_T)$: تمثل الوزان , $w(z_T)$: تمثل مضاعف لاكرانج

$Y_{z_T}(s_i - s_j)$: تمثل الفاريوكرام المؤشر التجريبي بين الموقعين i,j

$Y_{z_T}(s_0 - s_j)$: تمثل الفاريوكرام المؤشر التجريبي بين الموقعين i,j

اما تباين انموذج مؤشر كريكنك بالنسبة الى $\hat{I}(s_0, z_T)$فهو كلاتي

$$\sigma^2(s_0, z_T) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (z_T) \gamma_{z_T}(s_0 - s_j) + w(z_T) \qquad \ldots\ldots\ldots(36)$$

علما ان انموذج مؤشر كريكنك الاعتيادي وتباينه ممكن استخدامه عند التنبؤ من نقطة الى كتلة بدلا من نقطة الى نقطة او كتلة الى كتلة في مخطط دالة شبه الفاريوكرام وذلك اعتمادا على المعادلات السابقة .ولذلك هناك بعض الصعوبات التي تواجه الباحثين عند استخدام هذا الانموذج منها انه لا يمكن ان تكون التقديرات رتيبة في Z_T . وكذلك لا يوجد الى حد الان اثبات بان الاحتمالات الشرطية المقدرة متوافقة مع التوزيع المشترك الاساسي ومن مميزات انموذج مؤشر كريكنك هي: [9]

1. انها لاتضع افتراضات حول توزيع المجال العشوائي قيد الدراسة
2. تحويلات البيانات (0,1) تجعل المقدر $\hat{I}(S_0, Z_T)$ لا يتاثر للقيم المتطرفة

اما من مساوئ هذا الانموذج فهي : [9]

1. يتطلب تقدير ونمذجة العديد من مخططات شبه الفاريوكرام
2. تكون معادلات هذا النموذج كبيرة جدا
3. تعطي تقديرا تقريبيا اسوء للتوقع الشرطي من كريكنك المنفصل

منطقة الدراسة:

تم اختيار محافظات العراق ما عدا المحافظات الشمالية كمنطقة للبحث . يقع العراق في شمال شرق الوطن العربي والى الجنوب الغربي من قارة اسيا ممتدا من دائرتي عرض 29-37 شمالا ومن خطي طول 38- 48 شرقا . دوائر العرض تشغل امتدادا طوله بين الشمال والجنوب حوالي 925 كم اما طول الامتداد الافقي بالنسبة لخطوط الطول فيبلغ بين الشرق والغرب نحو 950 كم .وتبلغ مساحة العراق الكلية 435052 $كم^2$ وتبلغ مساحة المحافظات الشمالية 78736 $كم^2$ وان الحدود المكانية لمنطقة الدراسة تمثل المحافظات ما عدا المحافظات الشمالية

جمع البيانات :

البيانات هي عينة من الظاهرة الحقيقية التي نريد نمذجتها وقد لا تكون ممثلة بالكامل لجميع جوانبها المكانية والاحصائية . تم اخذ البيانات من وزاره الاعمار والاسكان والبلديات العامة المديرية العامة للمجاري والجهاز المركزي للإحصاء وتمثل هذه البيانات تمثل تركيزBOD لوحدات المعالجة العاملة في محافظات العراق لعام 2016 مع احداثياتها عدا اقليم كردستان

جدول (1) بيانات التلوث BOD مع احداثياتها

ت	المواقع	BOD%	Yخطوط العرض	Xخطوط الطول
1	كركوك احي الرشيد	4.950	35.477	44.374
2	كركوك اشوراو	5.398	35.520	44.380
3	كركوك انور ستي	11.707	35.507	44.407
4	امانة بغداد \الرستمية القديم	3.960	33.275	44.532
5	امانة بغداد\ الرستمية الثالث	4.620	33.287	44.533
6	امانة بغداد \ الوحدة 1	3.960	33.560	44.391
7	امانة بغداد \الوحدة 2	3.960	33.562	44.411
8	امانة بغداد \الوحدة 4	3.960	33.395	44.325
9	مدخل بغداد اجسر المثنى	?	33.479	44.990
10	اطراف بغداد \المحمودية	7.183	33.0616	44.354
11	اطراف بغداد\ المدائن	2.329	33.133	44.570
12	بابل \المعميرة	2.543	32.462	44.592

13	بابل\الوردية	?	32.431	44.477
14	بابل \النيل	?	32.543	44.542
15	كربلاء \المنفهان	2.737	32.537	44.223
16	كربلاء \محرم عيشة	3.436	32.530	44.212
17	كربلاء\ المجمع السكني	6.601	32.546	44.084
18	واسط \الكرامة	?	32.510	45.833
19	صلاح الدين\ الدجيل	?	33.83	44.255
20	صلاح الدين\ سامراء	4.853	33.893	44.257
21	النجف\ البراكية	2.813	32.014	44.421
22	النجف\ كومباكت	3.234	32.062	44.346
23	النجف\ البايو شفت	1.941	32.035	44.405
24	القادسية \الشنافية	?	31.989	44.908
25	المثنى \السماوة	3.300	31.332	45.273
26	المثنى \الخضر	?	31.201	45.542
27	ذي قار \الهندية	3.883	31.053	46.053
28	ذي قار \شمال الناصرية	?	31.450	46.161
29	ميسان \البتيرة	4.077	31.850	47.143
30	ميسان \المجر الكبير	4.077	30.950	46.857
31	ميسان \هور السناف	3.106	30.783	46.563
32	البصرة\ حمدان	?	30.489	47.811
33	البصرة \محطة الكرمة	?	30.573	47.746
34	البصرة\ الفاو	1.359	30.59130	47.791
35	البصرة \سوق الشيوخ	?	30.908	46.442

مصدر البيانات الجهاز المركزي للاحصاء +المديرية العامة للمجاري في وزارة الاسكان والبلديات

استكشاف ومعالجة البيانات data Explore and manipulate:

يتم ملائمة البيانات على عدة افتراضات حيث تتبع البيانات التوزيع الطبيعي و البيانات مرتبطة تلقائيا مكانيا ولا تظهر اي اتجاهات عامة global trend ولتكوين السطوح المستمرة من البيانات المقاسة ينبغي ان تتوزع البيانات على نحو طبيعي لتعطي افضل نتائج وتزيد احتمالية توقع القيم بالقرب من المتوسط وتتناقص تدريجيا بالبعد عنه ولكون اختيار العينات عشوائيا يكون التوزيع غير منتظم وتكراراته محدودة. و في حالة لم تكن البيانات ملائمة للتوزيع الطبيعي يتم تحويلها الى الصيغة اللوغاريتمية, وقد اظهر التحليل الاحصائي لاستكشاف بيانات معدلات تلوث BOD بأنها غير موزعة بشكل طبيعي الشكل (4) مما تطلب تحويلا لوغاريتميا لتتوافق مع التوزيع الطبيعي شكل (5) والجدول يبين خصائص بيانات توزيع النسب المئوية الى BOD قبل وبعد التحويل

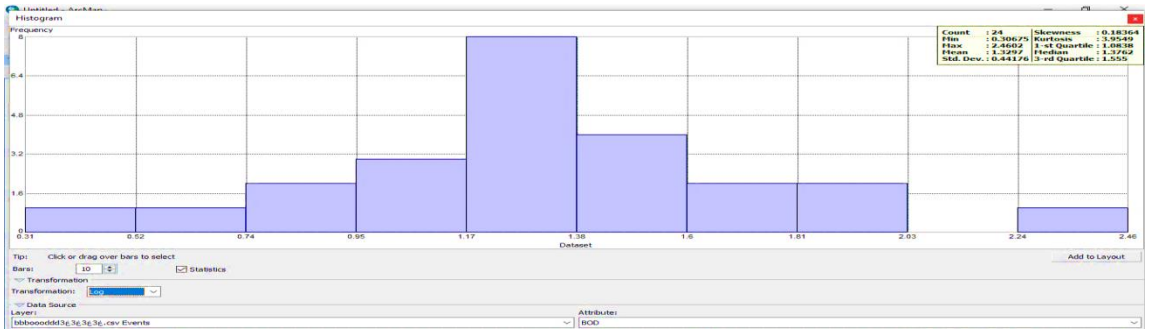
جدول (2) تحويل البيانات

القيم	قبل تحويل البيانات	بعد تحويل البيانات
عدد النقاط المقاسة	24	24
اعلى قيمة	11.707	2.4602
اقل قيمة	1.359	0.30675

المتوسط	4.1661	1.3297
الوسيط	3.96	1.3762
الانحراف المعياري	2.0951	0.44176
الالتواء	2.0349	0.18364
التفلطح	8.17	3.9549
الربع الاول	2.9595	1.0838
الربع الثالث	4.7365	1.555

ومن الجدول (2)اعلاه نلاحظ بأن قيمة المتوسط بعد تحويل البيانات تساوي1.3297 وهو قريب جدا من قيمة الوسيط بعد التحويل والتي تساوي 1.3762 وان الانحراف المعياري بعد التحويل صغير جدا هذا يعني ان التوزيع التكراري لبيانات نسب تركيز BOD هو الطبيعي

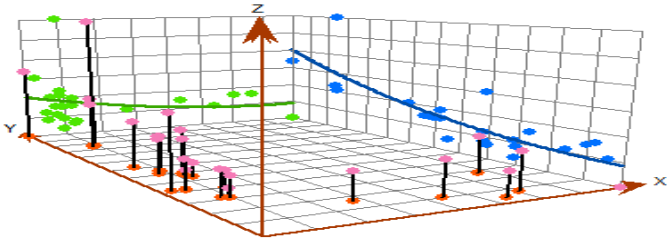
شكل(4) المدرج التكراري قبل التحويل اللوغاريتمي لنسب التلوث BOD



شكل(5) المدرج التكراري بعد التحويل اللوغاريتمي لنسب التلوث BOD

تحليل الاتجاه trend analysis :

تساعد اداة تحليل الاتجاه في تحديد الاتجاهات او ازالتها. وهي توفر منظورا ثلاثي الابعاد للبيانات حيث يتم رسم مواقع نقاط العينة ان الشكل (6) يمثل عملية تحليل الاتجاه لبيانات BOD المقاسة . حيث ان النقاط باللون الاحمر تمثل نقاط العينات في المستوي x,y والنقاط باللون الاخضر تمثل قيمة العينة في مستوي z,x والنقاط باللون الازرق تمثل البيانات المتوقعة في مستوي y,z واما النقاط باللون الوردي تمثل البيانات المختارة بالبرنامج. وان كل خط عمودي يمثل الموقع والقيمة , بينما يمثل الخط الاخضر اتجاه الشرق الى الغرب ويمثل الخط الازرق اتجاه الشمال الى الجنوب . ان الاتجاه يناسب بيانات BOD لان الخط منحنيا الى الاعلى او الاسفل على التوالي . فلو كان الاتجاه لا يناسب البيانات سيكون الخط افقي واذا اظهرت البيانات اتجاه عام global trend سيتطلب ازالة الاتجاه .



شكل (6) اتجاه البيانات

تحديد دالة شبه الفاريوكرام لنموذج كريكنك اللاخطية لبيانات BOD:

بأستعمال نماذج كريكنك اللاخطية (انموذج كريكنك الاحتمالي المنفصل و انموذج كريكنك المؤشر) ولكل دالة من دوال شبه الفاريوكرام الاربعة المختارة يتم تقدير نسبة تراكيز التلوث BOD غير المقاسة كما في الجدول التالي

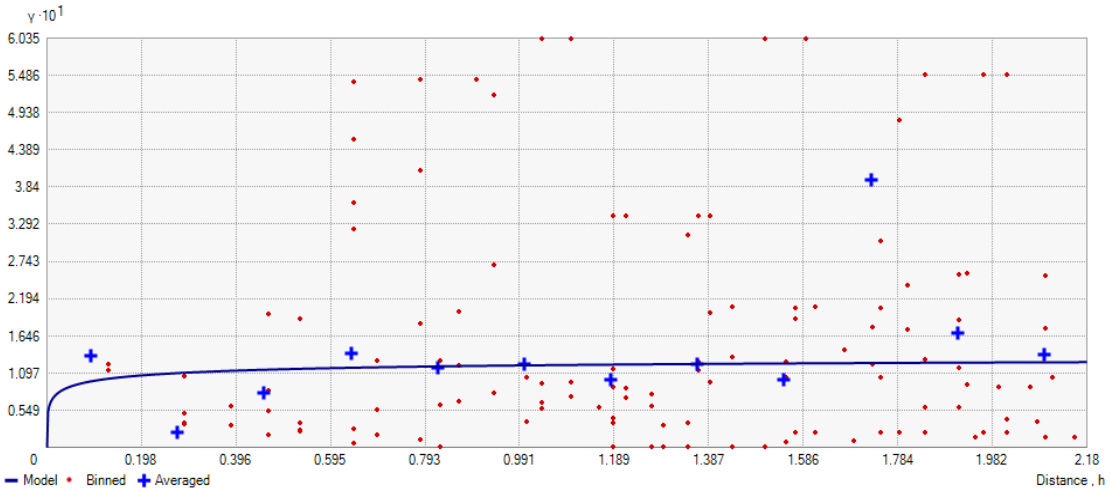
جدول رقم (3) تقدير نسب BOD الغير مقاسة

Predicted Value kriging model (BOD)					
	Predicted Value	Spherical model	Stable Model	Exponential model	Gaussian Model
Disjunctive probability kriging	محافظة البصرة\ حمدان	0.98323	0.7949	0.9556	0.9962
	محافظة صلاح الدين\الدجيل	0.2915	0.4144	0.3383	0.2095
	محافظة واسط \الكرامة	0.5405	0.6236	0.5485	0.5285
	محافظة بابل\الوردية	0.9261	0.7028	0.8007	1
	محافظة ديالى	0.5405	0.4635	0.5480	0.5288
	محافظة نينوى	0.54551	0.4274	0.5471	0.5285
Indicator kriging	محافظة البصرة\ حمدان	0.8243	0.6963	0.7441	0.9213
	محافظة صلاح الدين\الدجيل	0.1311	0.3897	0.1642	0.1025
	محافظة واسط \الكرامة	0.8121	0.7666	0.8162	0.8065
	محافظة بابل\الوردية	1	0.8415	0.9573	1
	محافظة ديالى	0.3919	0.3966	0.3848	0.3941
	محافظة نينوى	0	0.1728	0	0

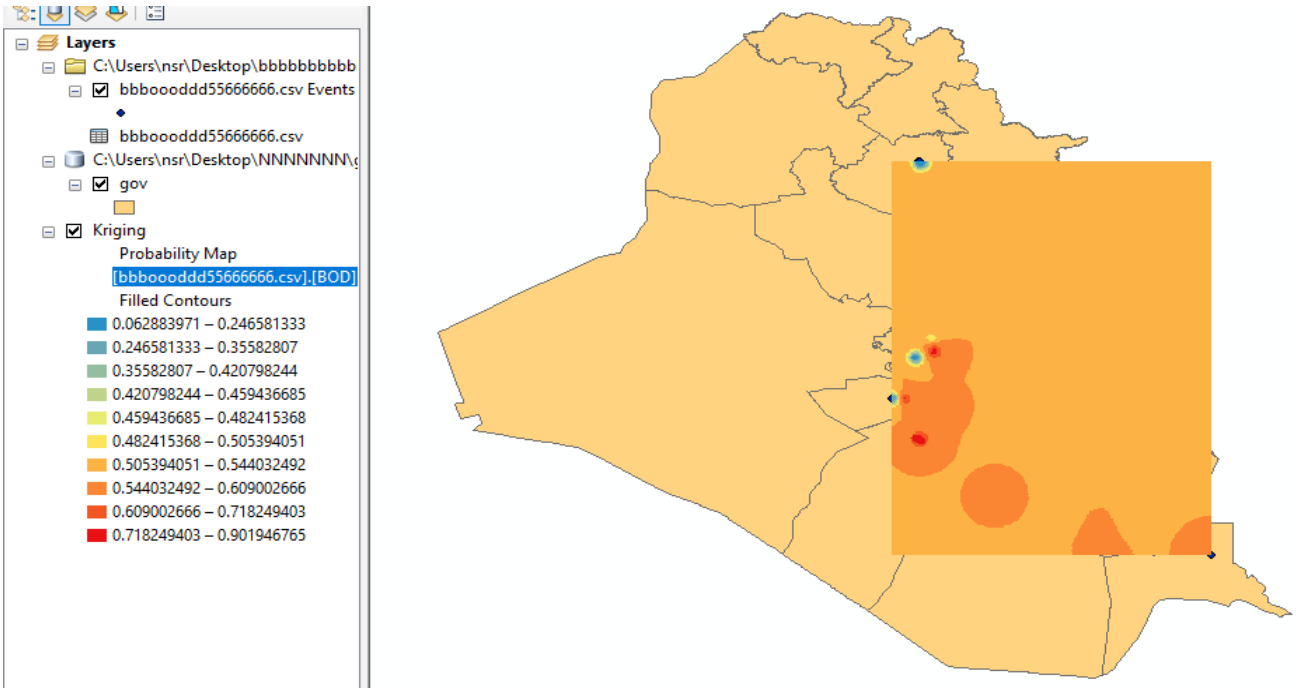
ولتحديد اي دالة من دوال شبة الفاريوكرام هي الافضل وهي الدالة الاكثر ملائمة لانموذج كريكنك الاحتمالي المنفصل وانموذج كريكنك المؤشر عند استخدام تراكيز نسب تلوث BOD الموجودة في الجدول (1) وبأستخدام معايير المقارنة لكل دالة من دوال شبه الفاريوكرام نحصل على الجدول التالي **جدول (4) نتائج التحقق من نماذج كريكنك الاخطية بعدة انواع شبه فاريوكرام والخاصة ببيانات BOD**

model	Model	ME متوسط الاخطاء	RMSE الجذر متوسط مربعات الاخطاء	MSE متوسط الاخطاء المعيارية	RMSSE جذر متوسط مربع الاخطاء المعيارية	ASE معدل الاخطاء المعياري
Disjunctive probability kriging	Spherical	-0.1714	0.6783	0.5256	2.0929	0.4012
	Stable	-0.1622	0.6084	0.3848	1.2816	0.3772
	Exponential	-0.1783	0.6688	0.4813	1.8065	0.4218
	Gaussian	-0.1696	0.7509	0.7937	3.3672	0.4537
Indicator kriging	Spherical	-0.2889	0.7888	1.1478	3.1298	0.4514
	Stable	-0.2462	0.6864	0.6425	1.5198	0.3626
	Exponential	-0.2855	0.7783	0.8848	2.3454	0.4741
	Gaussian	-0.2831	0.7600	5.5324	13.657	0.4967

ومن الجدول نلاحظ بأن دالة شبه الفاريوكرام من نوع Disjunctive Stable هي الافضل والاكثر ملائمة لانموذج كريكنك المنفصل الاحتمالي لامتلاكها اقل متوسط اخطاء معيارية MSE والتي بلغت قيمته (0.3848), واقل قيمة للجذر التربيعي لمتوسط مربعات الاخطاء RMSE والتي بلغت (0.6084) , واقل قيمة للجذر التربيعي لمتوسط مربع الخطاء المعياري RMSSE وهي الاقرب الى الواحد وبلغت قيمته (1.2816), و اقل قيمة لمطلق متوسط الخطاء MAE وبلغت قيمته (0.1622) وهي الاقرب الى الصفر, وان قيمة معدل الخطاء المعياري ASE بلغت قيمته(0.3772) بالنسبه الى كريكنك المنفصل وهي مقاربة الى قيمة معدل الخطاء المعياري ASE والتي بلغت قيمته (0.3626)بالنسبه الى كريكنك المؤشر .



شكل (7) يمثل دالة شبه الفاريوكرام لانموذج كريكنك الامثل Disjunctive probability stable



شكل (8) الخارطة الكونتورية الاحتمالية لنسب تلوث BOD

عند رسم الخريطة الكونتورية وملاحظة توزيع تلوث BOD لبيانات المجال قيد الدراسة field contours نلاحظ ان التلوث كان يتراوح بين (0.06288397-0.901946765)

الاستنتاجات:

1) بالرغم من محدودية محطات فحص و معالجة مياه الصرف الصحي وتوقف بعضها عن العمل الا ان الدراسة تمت على البيانات المتاحة و بتوفير احداثياتها وتم التقدير للمحطات الغير مقاسة وهذا دليل على نجاح انموذج كريكنك بتقدير التلوث على الرغم من قلة النقاط المقاسة.
2) النماذج الغير الخطية تقوم بنمذجة التوزيعات الشرطية للبيانات ولا يمكن للنماذج الخطية القيام بذلك ان حساب التوقع الشرطي في نماذج كريكنك الغير خطي يتطلب معرفة التوزيع الاحتمالي وان يكون المتغير العشوائي ثابت من الدرجة الثانية وشرط وجود تحويل كاوسي وان انموذج كريكنك المؤشر هو طريقة احتمالية بحته اما انموذج كريكنك المنفصل فيمكن ان تكون تنبؤية او احتمالية
3) في دراسة النماذج على بيانات BOD تبين ان انموذج كريكنك المنفصل يعطي تقديرا افضل للتوقع الشرطي من انموذج مؤشر كريكنك
4) نلاحظ ان ترتيب المواقع بعد ان يتم تعيين موقع عشوائي ليكون الموقع الاول (S_1) Z ترتب على ضوئه تصاعديا بقيه المواقع (اقل مسافة الى اكبر مسافة)
5) في بيانات التلوث القيم المتطرفة في مخطط شبه الفاريوكرام يتم حذفها لأنها تكون اما قيم عالية جدا او منخفضة جدا
6) نلاحظ عند التحويل اللوغارتمي لبيانات BOD التي لاتتوزع توزيعا طبيعيا اثبتت طرق كريكنك فاعليتها في النمذجة الجغرافية المكانية
7) عند دراسة بيانات التلوث BOD وعند مقارنة النتائج والتحقق منها من خلال المقارنة بين النماذج المستخدمة والحكم احصائيا على صلاحية التنبؤ المكاني .وكان النموذج الامثل هو كريكنك المنفصل الاحتمالي وان شبه الفاريوكرام الامثل له هو stable
8) نلاحظ من نتائج تقدير تلوث BOD في المناطق المجهولة ان نسبه تركيز التلوث في محافظة نينوى (0.4274) وفي محافظة صلاح الدين الدجيل كانت (0.4144) وفي محافظة ديالى (0.4635) وفي واسط الكرامة كانت (0.6236) وفي محافظة بابل الوردية كانت (0.7028) وفي محافظة البصرة حمدان كانت (0.7949) .

التوصيات :

1) تسهيل الحصول على البيانات للباحثين وتحديد احداثيات موثوقة للبيانات لتساعد على التوصل الى النتائج الواقعية والتنبؤات للمواقع غير المقاسة والتوصية بالحلول العلمية المناسبة للنهوض بواقع البلد .
2) استخدام الخرائط المنمذجة لتحديد مواقع التلوث ومناطق الخطر عالية التركيز وهذا سيساعد على اتخاذ تدابير التحكم لتقليل تركيز التلوث في المناطق المعرضة للخطر من اجل حماية صحة الانسان والحيوان
3) استعمال الاستشعار عن بعد والنمذجة المكانية في التنبؤ عن مقدار التلوث في الاماكن التي يصعب الوصول اليها
4) من الدراسة تم تحديد المناطق ذات التراكيز العالية في التلوث وعلى الجهات المختصة اتخاذ التدابير للتحكم في تقليل تراكيز التلوث في المناطق المعرضة لخطر التلوث
5) دراسة نماذج الاستيفاء المكاني الاخرى كنماذج كريكنك المشتركة Co kriging متعدد المتغيرات للتنبؤ عن ظاهرتين في نفس الوقت مثلا تركيز BOD مع كمية الحمئة الناتجة و يمكن اضافة عوامل اخرى ممكن ادخال متغير الزمن ودرجة الحرارة فيكون ما يسمى الجيوماتكس رباعية الابعاد

المصادر :

- الدباغ ,علي مهدي, (2020) " بوابة نظم المعلومات الجغرافية (10.8)_Arc GIS ", جامعة كاليفورنيا ,LV.1
- مطلق, حسين علوان ,(2010) , "جمع البيانات وطرق المعاينة "جامعة الملك فهد للبترول والمعادن ,دار النشر العبيكان
- Bardossy ,A. , ´´Introduction to Geostatistics´´Institute of Hydraulic Engineering University of Stuttgart ;pp.(40-81).(book)
- CRESSIE,N.A.C.,(1993),''STATISTICS FOR SPATIAL DATA''WILY -interscience publication.
- FLOCH,J.,M.,''GEOSTATISTICS'' , INSEE , PP.(113-146).
- ISAAKS,E.H.,SRIVASTAVA,R.M.,(1989),''APPLIED GEOSTATISTICS'' ,copyright oxford university press ,pp(279-337).

- Lichtenstern ,A. , (2013) , ''Kriging Methods in spatial Statistics'', Technische Universitat Munchen Department of Mathematics, pp.(1-54).(published research)
- Li،J. and Heap ,A.D.,(2008), ´´A Review of Spatial Interpolation Methods for Environmental Scientists´´ ,Geoscience Australia ,GPO BOX (378),Canberra ,ACT (2601)Australia ;pp (14-21).
- Montero،J.M. , Aviles,G. F. and Mateu،J. , (2015),´´Spatial and Spatio-Temporal Geostatistical Modeling and kriging´´, WILEY SERIES IN PROBABILITY AND STATISTICS,first edition published ,pp. (138-142).
- Oliver ,A.M. and Webster, R.,(2015), ´´Bassic Steps in Geostatistics :the Variogram and Kriging´´, SPRINGER BRIEFS
- Yates,S.R.,and Warrick,A.,W.,(1986),''Disjunctive kriging Overview of Estimation and Conditional Probability'',water resources research,vol.22,NO.5 ,pages615-621.