

بناء نموذج سيطرة نوعية باستخدام المعاينة البيزية مع تطبيق عملي

م.م خيرية سلمان حسن
معهد تكنولوجيا بغداد

م. د. نجاح رسول داخل
كلية العلوم جامعة ذي قار

الخلاصة :

يتضمن هذا البحث بناء نموذج لخطط المعاينة البيزية باستخدام نظرية القرارات باعتبار ان توزيع المعاينة هو ثنائي الحدين ، و ان التوزيع السابق للنوعية هو بيتا هدف النموذج التوصل الى معالم خطة بيز المفردة (n, c) الضرورية لفحص المنتج و اتخاذ قرار قبول او رفض المنتج . تعرف في البحث كافة الرموز و الاشتقاقات الضرورية لبناء نموذج دالة المخاطرة المتوقعة و من ثم بيان كيفية حلها رياضيا باستخدام معادلت الفروق للتوصل للمعالم (n^*, c^*) عن طريق تصغير القيمة المتوقعة لدالة المخاطرة الكلية.

المنشآت على تحقيقه لذلك نرى ان الحل الاقتصادي يشمل جميع المتغيرات التي تتضمنها مسألة السيطرة النوعية.

ومن خلال متابعة نماذج عديدة تم بناؤها في هذا الصدد للباحثين (1959) Johns & Guthrie و الباحث (1968, 1981) Meild و الباحث (1977) Guenther ، (1973) Chiu ارتأينا البحث في هذا الموضوع من خلال نظرية اتخاذ القرار و استخدامها في موضوع السيطرة النوعية، و تحقيقا للهدف التالي:-

هدف البحث:-

يهدف البحث الى بناء نموذج اقتصادي في السيطرة النوعية بأعتماد نظرية اتخاذ القرار ، باعتبار ان عدد الوحدات المعيبة في العملية الانتاجية هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذي حدين بالمعالم (n, p) و ان المعلمة p ليست ثابتة، بل انها متغير عشوائي يتغير من دفعة انتاجية الى اخرى و له توزيع مسبق $f(p)$ ، يحدد من الخبرة و البيانات السابقة عن النوعية .

سيتم اشتقاق صيغة المخاطرة المتوقعة Expected Risk function ، و التي تتضمن عناصر الكلفة $(C1, C2, ..., C6)$ و المخاطرة نسبة لقرار القبول و الرفض. و بعد التوصل الى صيغة المخاطرة المتوقعة نسبة لتوزيعات المعاينة المتقطعة و توزيع

يعتبر العالم والد (Wald 1939) اول من اوضح اهمية استخدام نظرية اتخاذ القرار في حل مشاكل السيطرة النوعية و ادخل عنصر الكلفة في مسائل اتخاذ القرارات الاحصائية . و كذلك بذل العالم هالد 1960, 1968, 1981 Hald كثير من الجهود في هذا المجال ، و كذلك العالم (1963) Pfanzagle و تناول الباحث 1974 Chiu دراسة خطط بيز نسبة للتوزيع الطبيعي المولد و توزيع بيتا و قد ساهمت جهود الاحصائيون الباحثون في هذا المجال من تجهيز مهندسي السيطرة النوعية بعدد من الاسباب الاحصائية منها طرق التقدير و اختبار الفرضيات، مما ساعد ذلك في الاجابة على السؤال المتعلق بحجم العينة الضروري لفحص الانتاج و اتخاذ قرار قبول او رفض الفعة المنتجة ، بعد اختيار حد مسموح به لمخاطرة المنتج، (تلك المخاطرة المترتبة عن قرار رفض منتج جيد) و مخاطرة المستهلك (تلك المخاطرة المترتبة عن قبول منتج غير جيد) وقد وضعت جداول عديدة لأيجاد حجم العينة منها جداول Dodge_Romig و الجداول العسكرية القياسية و جداول Phillips و استخدمت بشكل واسع في المنشآت الصناعية ان الحل المتكامل يكمن في دراسة المشكلة من وجهة النظر الاقتصادية باعتبار ان تكاليف السيطرة النوعية تشكل جزء كبير من تكاليف الانتاج و ان تحقق النوعية المطلوبة هدف تسعى و تعمل كافة

$$r(p, \delta) = \delta(x)E(L(p, d_1) + (1 - \delta(x))EL(p, d_2))$$

C3 :- كلفة قبول الوحدة الجيدة و هي لا تشكل كلفة جزاء .

C4 :- كلفة قبول الوحدة .

C5 :- كلفة المعاينة و الفحص للوحدة الواحدة في الكمية المرفوضة (N-n) بعد اتخاذ قرار رفض العينة .

C6 :- كلفة التصليح او الاستبدال للوحدة الواحدة في الكمية المرفوضة (N-n) .

S(x) :- قاعدة القرار التي تقتزن بأحتمال القبول للكمية (N-n) بعد معرفة ان العينة n تحتوي على x وحدة معيبة .

1- $\delta(x)$:- قاعدة القرار المقترنة بالرفض .

$\bar{P}$:- متوسط نسب المعيب المشاهدة في الدفعات الانتاجية.

P_r :- قيمة P التي لا يمكن عندها الفصل بين قراري القبول و الرفض للدفعه N ، حيث تتساوى عندها تكاليف القبول مع الرفض.

يستند النموذج الى قرارين هما d_1 : قرار قبول الدفعه و d_2 قرار رفض الدفعه . و اذا اعتبرنا ان الخسائر (losses) الناتجة عن القرارين هي دوال خطية من حجم العينة (n) و حجم الدفعه (N) و عدد الوحدات المعيبة في العينة (x) و في الدفعه N ، فان الخسائر الناتجة عن القرارين d_1 ، d_2 هي :

$$L(P, d_1) = C_1n + C_2x + C_3(N-n) + C_4(X-x) \quad \dots(1)$$

$$L(P, d_2) = C_1n + C_2x + C_5(N-n) + C_6(X-x) \quad \dots(2)$$

و عند مساواة المعادلتين (١) و (٢) و حل العلاقة الناتجة نحصل على قيمة P الحرجة (و التي سنرمز لها P_r) و هي تلك النقطة التي لا يمكن عندها الفصل بين قراري الرفض و القبول

(٣)

$$P_r = \frac{C_5 - C_3}{C_4 - C_6}$$

و حيث ان المخاطرة $r(P, \delta)$ تمثل القيمة المتوقعة للخسارة.

عليه ان المخاطرة $r(P, \delta)$ بدلالة P و قاعدة القرار $\delta(x)$ في حالتي القبول و الرفض هي

(4)

و التي تختصر الى:

$$\therefore r(p, \delta) = \delta(x)[C_1n + C_2np + C_3(N-n) + C_4p(N-n)]p(x/p)$$

$$(1 - \delta(x)) \left[C_1n + C_2np + C_5(N-n) + C_6p(N-n) \right]p(x/p)$$

نسب المعيب المستمر ، سيتم ايضاح كيفية التوصل الى الصيغة المباشرة للحصول على معالم خطة بيز المفردة (n,c) الضرورية لفحص المنتج و سيتم تطبيق النموذج في احدى شركات القطاع المختلط و هي المنشأة العامة للغزل و النسيج الصوفي بأعتبارها من المنشآت الحيوية التي ترفد القطر بالمنتجات الوطنية خاصة و نحن نمر بظروف الحصار الغاشم المفروض علينا.

الجانب النظري:-

لنفرض لدينا دفعة انتاجية N ، تحتوي على X وحدة معيبة و ان

$$P = \frac{X}{N} \text{ نوعية الدفعة } P \text{ تمثل الحالة الطبيعية}$$

State of Nature

و يمكن الاستدلال على قيمة X غير المعلومة لدى الفاحص و ذلك بمشاهدة عدد الوحدات المعيبة x في العينة n . ان عملية اختيار التجربة المثلى و قاعدة القرار الأمثل في نموذجنا تتجسد في عملية اختيار معالم خطة بيز المفردة (n,c) حيث تعبر n عن حجم العينة و c عن عدد القبول . يتم الحصول على (n,c) عن طريق تصغير القيمة المتوقعة للمخاطرة الناتجة عن قراري القبول و الرفض ، و سيتم اشتقاق صيغة دالة المخاطرة المتوقعة بأعتبار ان نسبة المعيب في الإنتاج تمثل متغير عشوائي يتغير من دفعة الى اخرى و له توزيع احتمالي $f(p)$ ، يمكن الاستدلال عليه عن طريق الخبرة السابقة و المعلومات المتوفرة لدى الباحث عن النوعية . و من الضروري التعرف على الرموز و المصطلحات الضرورية لبناء النموذج ، و الرموز هي :-
N :- حجم الدفعة المنتجة من المنتج.
X :- عدد الوحدات المعيبة في الدفعة N .

$$P = \left[\frac{X}{N} \right] \text{ :- نسبة المعيب للدفعه } N .$$

n :- حجم العينة الضروري لفحص الدفعة N .

x :- عدد الوحدات المعيبة في العينة n .

c :- عدد القبول (عدد الوحدات المعيبة المقبولة في العينة) .

C1 :- كلفة فحص الوحدة الواحدة من المنتج في العينة n .

C2 :- كلفة تصليح او استبدال الوحدة المعيبة في العينة.

$$\delta_{(x)} = \begin{cases} 1 & \text{في حالة} \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases} \quad E(p/x) \leq p_r = \frac{C_5 - C_3}{C_4 - C_6}$$

تطبيق النموذج المقترح على توزيعات المعاينة

تمثل المعادلة (٩) صيغة عامة لدالة المخاطرة المتوقعة ، ولكن من الضروري ايجاد صيغة هذه الدالة اخذين توزيعات المعيب للوحدات المشاهدة بنظر الاعتبار. لنفرض ان $fN(x)$ يمثل توزيع الوحدات المعيبة X في الدفعة N و هو توزيع ثنائي الحدين ، وان $P(x/X)$ هو توزيع الوحدات المعيبة x في العينة n هو ايضا ثنائي الحدين بالمعالم (n, p) و هنا يفترض ان P متغير عشوائي له توزيع احتمالي قد افترض هنا انه توزيع بيتا بالمعالم (a, b)

$$P \sim \text{Beta}(a, b)$$

التي سوف نقدرها بطريقة العزوم بعد اختبار ملائمة التوزيع النظري للبيانات .

طبقا لهذه التوزيعات تكون القيمة المتوقعة للخسارة $L[X, \delta(x)]$ هي:-

$$R[f(x)n, c] = \sum_{x=0}^N \sum_{x=0}^C L(X, \delta(x)) P(x/X) fN(x) \quad \dots\dots\dots(10)$$

و لنفرض ان :

$$gn(x) = \sum_{x=0}^N P(x/X) fN(X)$$

$$R[f(p), \delta] = (N-n)E\{\delta(x)[(C3-C5) + (C4-C6)E(P/X)]\} + [C2n + C6(N-n)]E(P) + C1n + C5(N-n) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$= \sum_{x=0}^C gn(x)E(X-x/x)$$

$$\dots\dots\dots(11)$$

و باعتبار

$$E(X-x/x) = E[E(X-x)/x, P/x] = E[(N-n)P/x] \quad \dots\dots(12)$$

$$E(X-x/x) = (N-n)E(P/x)$$

حيث ان

$$E(x) = np$$

تحت شروط معاينة ذي الحدين $E(X-x) = (N-n)p$

و بالنسبة لخطئ بيز يكون P متغير عشوائي وله توزيع احتمالي $f(P)$ يسمى التوزيع السابق للنوعية (Prior distribution) و كما ذكرنا ان هذا التوزيع يحدد من الخبرة السابقة و البيانات المتاحة عن النوعية ، و عند اخذ هذا التوزيع بنظر الاعتبار فان القيمة المتوقعة للمخاطرة نسبة للتوزيع $f(P)$ ، هي $R[f(p), \delta]$ و الناتجة من اخذ التوقع للمعادلة (5) اعلا

$$R[f(p), \delta] = E[\delta(x)(C3-C5)(1Nn-n) + (C4-C6)p(N-n)]p(x/p) + E[C5(N-n) + C6(N-n)p]p(x/p) + E[C1n + C2np]p(x/p) \quad \dots\dots(6)$$

$$Epp(x/p) \quad \text{و من المعلوم ان}$$

$$= E p \sum b(x, n, p)$$

$$x \in \{x, \delta(x) = d1\}$$

$$= \int_0^1 p \sum b(x, n, p) f(p) dp$$

$$x \in \{x, \delta(x) = d1\}$$

$$(7)$$

$$\sum bw(x, n) E(p/x) =$$

نتيجة لذلك يمكن اعادة كتابة المعادلة (٦) حسب الصيغة (٨) ادناه

و عند ادخال تعريف Pr ضمن المعادلة (٨) نحصل على المخاطرة المتوقعة كما في المعادلة (٩)

$$R[f(p), \delta] = (N-n)E\{\delta(x)[C4-C6]\} + [C2n + C2(N-n)]E(P) + C1n + C5(N-n)$$

$$\dots\dots\dots(9)$$

و تتحقق اصغر قيمة للدالة (9) عندما

المعادلة (١٦) و هذا بدوره يتطلب التعبير عن

الدالة $Y(n,c)$

بشكل أكثر ملائمة

$$\begin{aligned}\gamma(n,c) &= \Pr \sum_{x=0}^C gn(x) - \sum_{x=0}^C Pn(x)gn(x) \\ &= \Pr Gn(c) - P\bar{n}(c)Gn(c) \\ &\dots\dots\dots(17)\end{aligned}$$

حيث ان

$$\begin{aligned}\bar{P}n &= \sum_{x=0}^C Pn(x)gn(x) / \sum_{x=0}^C gn(x) \\ R[f(x), n, c] &= \sum_{x=0}^N \sum_{x=0}^C (C1n + C2x + C3(N-n) + C4(X-x)) \\ &\dots\dots\dots(18)\end{aligned}$$

ترمز $\Delta cY(n,c)$ و $\Delta nY(n,c)$ بالنسبة الى c, n و قد تم الاعتماد على القاعدة

التالية التي وردت في المصدر

Hald, 1960, p295 في الحصول على الفرق الأول

و القاعدة هي

$$\Delta_n^{(r)} G_n^{(r)}(x) = (-1)^r g_n(x) Pn(x) P_{n+1}^{(x+1)} \dots P_{n+1}^{(x+r-1)}$$

$$R[N, n, c] = (C1 + C2\bar{P}) + (N-n)(C5 + C6\bar{P}) +$$

و التي تساوي

$$\begin{aligned}(N-n)(C4 - C6) \sum_{x=0}^C gn(x) [E(P/x) - pr] \\ \dots\dots\dots(14)\end{aligned}$$

و نفرض ان

$$\gamma(n,c) = \Pr \sum_{x=0}^C gn(x) - \sum_{x=0}^C Pn(x)gn(x)$$

.....(15)

ولیکن $E(p/x) = pn(x)$ عندئذ تؤول المعادلة الى الصيغة (١٦) التالية

$$\begin{aligned}R[N, n, c] &= n(C1 + C2\bar{P}) + (N-n)(C5 + C6\bar{P}) \\ &+ (N-n)(C4 - C6)\gamma(n,c) \\ &\dots\dots\dots(16)\end{aligned}$$

ان البحث عن قيمتي (n, c) (اي معالم خطة بيز المفردة المثلى) التي تحقق اصغر قيمة للدالة (١٦) يتم جعل المشتقات الجزئية الأولى تساوي صفر، و نظرا لان توزيعات المعاينة هنا متقطعة، لذلك سوف نعتد على معادلات الفروق الأمامية
First Forward differences

في البحث عن نقاط الأمثلية، و حتى نطبق معادلات الفروق ينبغي تطبيقها على الدالة $Y(n,c)$ في

و استنادا للقاعدة (١٩) يكون لدينا

$$\begin{aligned}\Delta_c \gamma(n,c) &= \Pr g_n(C+1) + \Delta_n G_n(C+1) \\ &= \Pr g_n(C+1) + (-1)g_n(C+1)Pn(C+1) \\ &= g_n(C+1)[P_r - P_n(C+1)]\end{aligned}$$

بناء على ذلك نجد ان

اما الفرق بالنسبة ل n فهو

$$\begin{aligned}\Delta_n \gamma(n,c) &= \Pr \Delta_n G(n,c) \Delta_n^2 G_n^2 \\ &= \Pr (-1)gn(c)Pn(c) + (-1)^2 gn(c)Pn(c)Pn+1^{(c+1)}\end{aligned}$$

$$= gn(c)Pn(c)[P_{n+1}^{(c+1)} - P_{rr}]$$

.....(21')

و بتطبيق ما ورد يكون الفرق الأول لدالة المخاطرة بالنسبة ل n, c هما على التوالي

$$\Delta_c R[n, c] = (N-n)(C4 - C6)g_n(C+1)[P_n(C+1) - P_r]$$

.....(22)

$$\Delta_c R[n, c] = (N-n)(C4 - C6)g_n(C)[P_n(C) - P_r]$$

...(23)

ان قيمة C التي تحقق اصغر قيمة للدالة $R[n, c]$ نحصل عليها من حل المتباينات

$$f(p/x, n) = \frac{b(x, n, p)f(p)}{g_n(x)}$$

$$= \frac{1}{\beta(x+a, n+b-x)} P^{x+a-1} (1-P)^{n+b-x-1}$$

$$0 \quad 0/w$$

$$0 \leq P \leq 1 \quad \dots\dots\dots(26)$$

من المعادلة (٢٦) يتضح ان التوزيع اللاحق لنسب المعيب بعد معرفة ان العينة n تحتوي على وحدة معينة هو توزيع بيتا بالمعالم الجديدة (x+a, n+b-)

(x) $P_n(x) = E(p/x) = \frac{x+a}{a+b+n}$ و يمكن كتابة هذا المتوسط بدلالة متوسط التوزيع السابق

$$\bar{P} = E(P) = \frac{a}{a+b}$$

$$P_n(x) = \frac{\bar{P}(x+a)}{a+n\bar{P}}$$

$$\dots\dots\dots(27)$$

من الكميات الأخرى التي نحتاج الى توضيحها نسبة لتوزيع بيتا هي

$$\gamma(n, c) P_r \sum_{x=0}^c g_n(x) - \sum_{x=0}^c P_n(x) g_n(x)$$

$$= \frac{1}{\beta(a, b)} \sum_{x=0}^c C_x^n [P_r \beta(x+a, n+b-x) - \beta(x+a+1, n+b-x-1)]$$

$$\dots\dots\dots(28)$$

من هنا نرى ان

$$\Delta_n \gamma(n, c) = \frac{1}{\beta(a, b)} C_c^n [\beta(C+a+2, n+b-c) - P_r \beta(C+a+1, n+b-c-1)]$$

$$\Delta_n \gamma(n-1, c) = \frac{1}{\beta(a, b)} C_c^{n-1} [\beta(C+a+2, n+b-c-1) - P_r \beta(C+a+1, n+b-c-1)]$$

$$\Delta_c R(n, C-1) \leq 0$$

$$\Delta_c R(n, c) > 0$$

و التي تختصر الى

$$P(c) \leq P_r \langle P_n(C+1) \rangle$$

$$0 \leq c \leq n-1$$

علما بأن اما معادلة الفروق للدالة R[n, c] بالنسبة ل n فهي

$$\Delta_n R[n, c] = C_1 + C_2 \bar{P} - C_5 - C_6 \bar{P} +$$

$$(C_4 - C_6) \gamma(n, c) - (N - n - 1) (C_4 - C_6) \Delta_n \gamma(n, c)$$

و كذلك

$$\Delta_n R[n-1, c] = C_1 + C_2 \bar{P} - C_5 - C_6 \bar{P} + (C_4 - C_6) \gamma(n-1, c)$$

و تحت افتراض ان X متغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين $X \sim b(n, p)$

$$P(x, n, p) = C_x^n P^x q^{n-x}$$

$$x=0, 1, 2, \dots, n$$

و ان P متغير عشوائي يتبع توزيع بيتا بالمعالم (a, b)

$$f(p, a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} P^{a-1} (1-p)^{b-1}$$

$$0 \leq P \leq 1$$

$$0 \quad 0/w$$

$$\dots\dots\dots(24)$$

من هنا نجد ان

$$g_n(x) = \int_0^1 P(x, n, p) f(p) dp$$

$$= C_x^n \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)+\Gamma(b)} \int_0^1 P^{x+a-1} (1-P)^{n-x+b-1} dp$$

$$g_n(x) = C_x^n \frac{1}{\beta(a, b)} \beta(x+a, n-x+b)$$

$$\dots\dots\dots(25)$$

و من المعلوم ان

$$\bar{X}_p = \frac{\sum_{i=1}^m P_i f_i}{\sum f_i} \quad \dots\dots\dots(29)$$

و تبين نسب المعيب المشاهدة

$$S_p^2 = \frac{\sum f_i (P_i - \bar{P})^2}{\sum f_i - 1}$$

و التقديرات هي

$$\hat{a} = \bar{X}_p (\bar{X}_p \bar{X}_q - S_p^2) / S_p^2$$

$$\hat{b} = (1 - \bar{X}_p) (\bar{X}_p \bar{X}_q - S_p^2) / S_p^2$$

الجانب التطبيقي

أخذت البيانات من المنشأة العامة للصناعات الصوفية التي تمثل إحدى منشآت القطاع المختلط و التي ترفد القطر بالمنتجات المحلية الصوفية. و البيانات في الجدول رقم (١) تمثل نسب المعيب المشاهدة ل ١٤٠ دفعة انتاجية

(اسبوعية) بالأمتار و بعد تبويب البيانات و رسم المدرج التكراري لوحظ ان التوزيع ملائم للنوعية هو Beta(a,b) و على هذا الأساس حسب قيمة $X_p=0.087832$ و كذلك قيمة $S^2=0.00256203$ ، ثم قدرت المعلمتان b,a بطريقة العزوم و وجد ان (a=3) , (b=31) و بعد ذلك اجري اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit) لنسب المعيب و على اساس الفرضية

$$H_0: P \equiv \text{Beta}(a,b)$$

$$H_1: P \neq \text{Beta}(a,b)$$

بالاستعانة باختبار χ^2 المعروف

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m (O_i - E_i)^2 / E_i$$

و تشير O_i الى تكرار المشاهدات اما E_i تمثل التكرار المتوقع و قد تم حسابها بعد ضرب قيم الاحتمال لكل فئة في مجموع التكرارات (١٤٠) و اوضحت النتائج في الجدول رقم (١) ادناه

جدول رقم (١)

و بعد تطبيق ما توصلنا اليه من معادلات فروق وجدنا ان قيمة n التي تحقق اصغر قيمة لدالة المخاطرة R[n,c] هي تلك القيمة الناتجة من حل المتباينات

و بعد تطبيق ما توصلنا اليه من معادلات فروق وجدنا

ان قيمة n التي تحقق اصغر قيمة لدالة المخاطرة R[n,c] هي تلك القيمة الناتجة من حل المتباينات

$$\Delta_n R(n-1, c) \leq 0 < \Delta_n R(n, c) \quad \dots\dots\dots(30)$$

حيث ان $C+1 \leq n \leq N-1$ و كذلك عند حل المتباينة الخاصة بايجاد قيمة c و هي

$$P_{n(c)} \leq P_r \langle P_n (C+1) \rangle \quad \dots\dots\dots(31)$$

ان قيمتي (n*,c*) التي تمثل معالم خطة بييز المفردة نسبة لتوزيع Beta-Binomial باستخدام نموذج اتخاذ القرار و الناتجة من المعادلتين (30) (٣١) هما

$$\dots\dots\dots(32)$$

اذ ان

$$I\beta_{pr}(a,b) = \sum_{x=0}^{a+b-1} C_x^{a+b-1} P_r^x (1-P_r)^{a+b-x-1} \quad \dots\dots\dots(33)$$

و التي تختصر الى

$$= E(a, a+b-1, Pr)$$

$$I\beta_{pr}(a+1, b) = E(a+1, a+b, P_r)$$

و ان قيمة C* هي

$$(a+b+n)P_r - (a+1)C^* \leq (a+b+n)P_r - a$$

مما تجدر الإشارة اليه في هذا الصدد ان قيمتي b,a تقدر بطريقة العزوم بعد ايجاد متوسط توزيع نسب المعيب المشاهدة

البيانات الخاصة بالنوعية و اختبار حسن المطابقة

نسب المعيب Percentage of defective	fi التكرار	Pr(P1<P<P2)	Ei	(Oi-Ei) ² /Ei
٠-٠.٠٢	٦	0.0231	3.23	2.3657
٠.٠٢-٠.٠٤	١٨	٠.٠٩٧٤	4	0.12778
0.04-0.06	٢٢	0.1662	13.6	0.06910
0.06-0.08	٢٠	0.1612	36	0.2922
0.08-0.10	١٩	0.1500	23.2	0.19047
0.10-0.12	١٤	0.1252	68	0.71010
0.12-0.14	12	0.0827	22.5	0.01538
0.14-0.16	10	0.0715	68	0.0000099
0.16-0.18	٨	0.0435	21.0	0.1159103
0.18-0.20	٦	0.0373	0	0.07902
0.20-0.22	٣	0.0252	17.5	
0.22-0.24	٢	0.0167	28	
			11.5	تدمج
			78	0.04886
			10.0	
			1	
			6.09	
			5.22	
			2	
			3.52	
			8	
			2.33	
			8	
	140		140	4.614464
				186

وتمثل p حدي نسبة المعيب لكل فئة .

وعند مقارنة قيمة χ^2 المحسوبة ($\chi^2 = 4.6144$) مع χ^2 الجدولية بدرجة حرية ٨ و مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ $\chi^2 = 15.507$

اتضح ان الفروق غير معنوية ، لذلك نقبل الفرض القائل بأن نسب

المعيب تتبع توزيع بيتا بالمعالم التقديرية ($\hat{a}=3$ ، $b=31$) و عليه اعتمد توزيع بيتا كتوزيع سابق لنسب المعيب . و من المعلومات الأخرى الضرورية التي تم الحصول عليها حول منتج الأقمشة الصوفية و الضرورية لأيجاد خطة معالم بيز لفحص المنتج هي

كلفة فحص المتر الواحد $C1=6.277$ دينار
كلفة تصليح (اعادة صباغة) المتر الواحد 150 دينار $C2=150$

كلفة قبول الوحدة الجيدة ($C3=0$) لأن المنشأة تسوق منتجاتها عن طريق الأسواق المركزية لوزارة التجارة و لذلك فان الوزارة تعيد الأطوال المعيبة التي تستخدم مرة ثانية كاقمشة من الدرجة الثانية او الثالثة حسب نسب المعيب فيها ، و وجد ايضا ان كلفة قبول الوحدة المعيبة ($C4=3200.396$) و هذه ناتجة من كلفة غزل السداة و غزل اللحمية و مصاريف التسويق و المصاريف الإدارية ، و في حالة وجود متر تالف فأن المشاة لا يمكن اعادة تصليحة بل تقوم بأعادة صباغة و بيعة كدرجة ثانية و بذلك تكون

$$C4=3089.614+11.782$$

$$=3200.396$$

و وجد ايضا ان قيمة $C5=187.82$ و $C6=1832.7069$ و طبقا لهذه المعلومات وجد ان قيمة $Pr=0.1373$

و من هنا وجدت معالم خطة بيز المثلى و ظهرت انها تساوي (باعتبار ان $N=250$) ($N^*=12$) و تعني هذه الخطة ان عدد الأمتار المعيبة المقبولة هو (12) لكل 90 متر مفحوص ، فإذا ظهر اكثر من 12 ترفض العينة و من ثم ترفض الدفعة و يتم البحث عن اسباب انحراف النوعية .

الاستنتاجات و التوصيات

في ضوء ما تقدم توصلنا الى الاستنتاجات التالية:-
١. اتضح لنا ان نسب المعيب لمنتج الأقمشة الصوفية في المنشأة العامة للمنتجات الصوفية هو متغير عشوائي يتغير من دفعة الى اخرى و ذلك يرجع الى قدرة المشغل ، نوعية الأصواف المستخدمة ، و الأصباغ ، و عطل المكنن و

ينبغي الإشارة هنا الى ان التكرارات المتوقعة حسبت من ضرب الاحتمالات في (١٤٠) و هذه الاحتمالات استخرجت من العلاقة التالية

$$Pr(P1 < P < P2) = F(P2) - F(P1)$$

حيث ان

$$P(P \leq p) = F(p) = \int_0^p f(u) du$$

$$= \int_0^p \frac{1}{\beta(a,b)} u^{a-1} (1-u)^{b-1} du$$

$$= E(a, a+b-1, p)$$

و تمثل هذه العلاقة الاحتمالات التجميعية المستخرجة من جداول ذي الحدين، حيث ان

$$E(a, a+b-1, P) = P_r(X \geq a) = \sum_{x=a}^{a+b-1} C_x^{a+b-1} P^x q^{a+b-x-1}$$

٢. انقطاع التيار الكهربائي و غيرها من الأسباب التي ينبغي معالجتها و تلافيتها .
٣. ان توزيع النوعية هو بيتا بالمعالم التقديرية $b=31$ ، و $\hat{a}=3$ و ان متوسط التوزيع هو $XP=0.0878$ و التباين هو $S^2=0.00256$.
٤. من خلال استخدام نموذج اتخاذ القرار ظهر لنا ان معالم خطة بيز المفردة المثلى لفحص المنتج هي الخطة ($C^*=12$ ، $n^*=90$) فاذا كان عدد الأمتار المعيبة لكل 90 متر لفحص المنتج يساوي (12) او اقل تقبل العينة و من ثم تقبل بقية الدفعة الانتاجية .

التوصيات:-

١. نوصي باستخدام خطط بيز لفحص المنتج لأنها تتيح لنا استخدام كل المعلومات المتوفرة عن النوعية السابقة.
٢. تقليل تكاليف السيطرة النوعية من خلال نماذج اتخاذ القرار لأنها تشكل نسبة كبيرة من كلفة الإنتاج.
٣. نوصي بضرورة تطوير الدراسات التي تهتم بموضوع السيطرة النوعية الأحصائية لما لهذا الموضوع من أهمية في الحد من الانحرافات او منع حصولها و منع تسرب المعيب في المنتج الخارج من الفحص.

Abstract

In this paper , we constructed a model for Bayesian sampling plan, by using decision making approach. The aim of the model is to obtain the parameter of bayesian sampliing plan (n,c), which represent sample size and acceptance number c, which are necessary to inspect the product .Fn the study we explain all notaution and steps of obtaining the total Expected cost of quality control , In case that the distribution of defective in product is Binomial (n,p) and P is random variable having beta distribution.